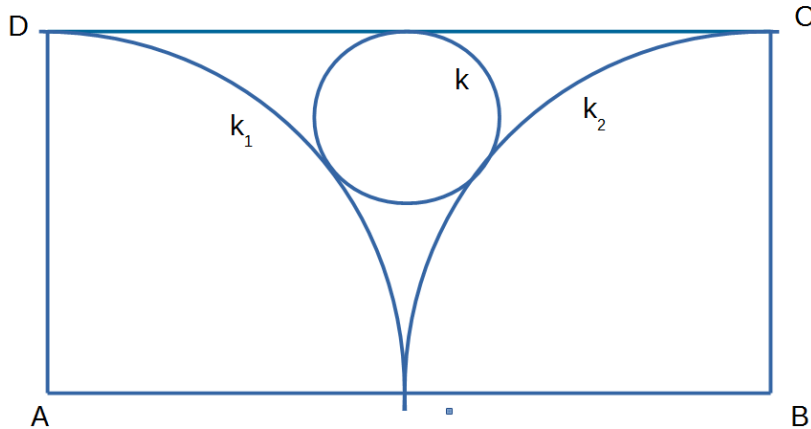


## Matheolympiade Klasse 8/9 Windischleuba Februar 2017



**Aufgabe 1** Gegeben sei ein Rechteck  $ABCD$  mit den Seitenlängen  $\overline{AB} = 2$  und  $\overline{BC} = 1$ . Um die Eckpunkte  $A$  und  $B$  werden jeweils Kreise  $k_1$  und  $k_2$  mit der Radiuslänge 1 gezeichnet. Ferner sei  $k$  der Kreis, der  $k_1$  und  $k_2$  von außen berührt und die Gerade  $CD$  tangiert. Bestimme den Radius  $r$  von  $k$ . 9 P

**Aufgabe 2** Zeige, dass es keine ganzen Zahlen  $a$  und  $b$  gibt, für die  $a^2 - 7b = 10$  gilt. 6 P

**Aufgabe 3** Gegeben sei die lineare diophantische Gleichung

$$17x + 20y = 2017.$$

(a) Gib ein ganzzahliges Lösungspaar  $(x, y)$  dieser Gleichung an.

(b) Bestimme alle ganzzahligen Lösungen  $(x, y)$  dieser Gleichung. 7 P

**Aufgabe 4** Zeige, dass für alle natürlichen Zahlen  $n$  gilt:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

8 P