

Division von Polynomen

Beispiel 1 (Division ohne Rest):

$$(x^5 + 2x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 6x - 2) : (x^2 + 2) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$$

$$\begin{array}{r} x^5 + 2x^3 \\ \hline 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 6x - 2 \\ \underline{2x^4} + 4x^2 \\ 3x^3 - x^2 + 6x - 2 \\ \underline{3x^3} + 6x \\ - x^2 - 2 \\ \underline{- x^2} - 2 \\ 0 \end{array}$$

Beispiel 2 (Division mit Rest):

$$(x^3 - 1) : (x + 1) = x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1}$$

$$(x^3 - 1) : (x + 1) = x^2 - x + 1$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 \\ \hline - x^2 - 1 \\ \hline - x^2 - x \\ \hline x - 1 \\ \underline{x - 1} \\ - 2 \end{array}$$

Für alle $n \geq 1$ gilt:

$$(1) (x^n - 1) : (x - 1) = x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x + 1$$

$$(2) (x^{2n-1} + 1) : (x + 1) = x^{2n-2} - x^{2n-3} + x^{2n-4} - x^{2n-5} + \dots + x - 1$$

$$(3) (x^{2n} - 1) : (x + 1) = x^{2n-1} - x^{2n-2} + x^{2n-3} - x^{2n-4} + \dots + x - 1$$

Die Divisionen $(x^n + 1) : (x - 1)$;

$$(x^{2n-1} - 1) : (x + 1)$$

$$(x^{2n} + 1) : (x + 1)$$

sind für kein $n \geq 1$ ohne Rest ausführbar.