

# KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2019/20

Serie 5

---

- 1) a) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 7 lässt  $a$  den Rest 5 und  $b$  lässt den Rest 3.

Welchen Rest lässt dann die Summe der Quadrate dieser Zahlen bei Division durch 7? (3 P)

- b) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 24 lässt  $a$  den Rest 7 und  $b$  lässt den Rest 5.

Durch welche natürlichen Zahlen ist dann  $a^2 - b^2$  stets teilbar? (3 P)

[Verwende das Rechnen mit Kongruenzen als Hilfsmittel.]

- 2) a) Ermittle jeweils den Rest, den  $43^7$  bzw.  $87^{13}$  bei Division durch 44 lassen.

- b) Beweise folgenden Satz:

Wenn  $z = 43^7 - 87^{13}$ , dann  $44|z$ .

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

[Hinweis: Auch hier kann das Rechnen mit Kongruenzen helfen. Wiederhole die im „Arbeitsmaterial“ auf S. 16 gegebenen „Hinweise“.] (6 P)

- 3) Ermittle alle Tripel  $(x; y; z)$  aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Summe der drei Zahlen beträgt 945.

- (2) Ein Sechstel der ersten Zahl ist gleich einem Siebentel der zweiten Zahl und auch gleich einem Achtel der dritten Zahl. (6 P)

- 4) a) Was lässt sich über das Produkt von vier beliebigen natürlichen Zahlen sagen, wenn die Summe aus diesen Zahlen eine ungerade Zahl ist?

Finde eine Vermutung und beweise diese Vermutung. (4 P)

- b) Suche nach einer wahren Verallgemeinerung des gefundenen Satzes, indem du die Voraussetzung, dass es sich um vier natürliche Zahlen handelt, geeignet abschwächst. (2 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.2.3. (Verallgemeinern und Spezialisieren von Sätzen).]

5) Es seien  $x$  und  $y$  zwei rationale Zahlen. Verkleinert man  $x$  auf 75%, dann erhält man 225. Vergrößert man  $y$  um 20%, dann erhält man ebenfalls 225.

a) Berechne  $x$  und  $y$ .

b) Wie viel Prozent beträgt  $y$  von  $x$ ?

c) Um wie viel Prozent muss man  $y$  vergrößern, so dass  $x = y$  gilt?

d) Auf wie viel Prozent muss man  $x$  verkleinern, so dass  $x + y = 225$  gilt? (6 P)

---

**Letzter Einsendetermin: 19. April 2020**