

KORRESPONDENZKREIS MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

2016/17

Serie 4

1) Ermittle alle geordneten Paare $(x; y)$ ganzer Zahlen x, y , die folgende Gleichungen erfüllen:

a) $29x + 27y = 56$; b) $121x - 77y = 57$; c) $29x - 79y = 43$. (6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ die Abschnitte 3.1. und 3.2.; wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 3.3.]

2) Ein Zahlentripel $(x; y; z)$ heißt *pythagoräisches Grundtripel* genau dann, wenn $x^2 + y^2 = z^2$ gilt und x, y, z teilerfremde natürliche Zahlen sind.

Beweise indirekt, dass für jedes pythagoräische Grundtripel folgende Sätze gelten:

a) Ein Primfaktor p kann niemals in mehr als einer der drei Zahlen x, y, z vorkommen.

b) Stets ist z eine ungerade Zahl, und niemals sind x und y beides ungerade Zahlen. (6 P)

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 1.2. (Indirekte Beweise); beachte dabei, welche Reste auftreten können, wenn man eine Quadratzahl durch 3 bzw. durch 4 dividiert.]

3) Ein Tetraeder $ABCD$ habe die Kantenlängen $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm, $\overline{AD} = 13$ cm, $\overline{BD} = 13$ cm, und das Lot von D auf die durch das Dreieck ABC festgelegte Ebene sei 12 cm lang.

Beweise, dass durch diese Angaben die Länge der Kante \overline{CD} eindeutig bestimmt ist. (6 P)

Ermittle diese Kantenlänge.

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 2.1., in „Regeln“ auf S.8 die Regeln zum Lösen stereometrischer Aufgaben sowie in „Sätze“ die Abschnitte IVe (Rechtwinklige Dreiecke) und VIb (Kreis und Winkel). Ein Tetraeder ist eine Pyramide mit einem Dreieck als Grundfläche.]

4) An einem Montag trafen einander 12 Spieler zum Volleyball: Herr E, 4 Schülerinnen und 7 Schüler. Es sollen Mannschaften zu je 6 Spielern gebildet werden.

a) Wie viele verschiedene Sechserteams lassen sich aus den 12 Spielern auswählen?

b) Spieler S und Spielerin A möchten gern immer gemeinsam in einer Mannschaft spielen. Wie viele verschiedene Sechserteams lassen sich unter dieser Voraussetzung auswählen?

c) Eine Mannschaft wurde zusammengestellt und möchte jetzt ein Jahr lang jeden Montag (ohne Ausnahme) in dieser Besetzung zusammen spielen. Jedes Spiel hat genau fünf Sätze und bei jedem Satz darf eine andere Startaufstellung gewählt werden, d.h. es sollen die 6 Positionen eines Volleyballfeldes verschieden belegt werden.

Ist es möglich, während eines Jahres jede mögliche Startaufstellung zu realisieren? (6 P)

[Eigne dir den Inhalt des „Beiblatt zu KZM, Arbeitsmaterial für Klasse 8 - Kombinatorik“ an.]

5) Beweise folgenden Satz über reelle Zahlen x, y :

Wenn $x, y > 0$ und $x + y = 1$, dann gilt stets $(1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y}) \geq 9$.

Untersuche, ob es ein Zahlenpaar $(x; y)$ gibt, für das in der Ungleichung das Gleichheitszeichen gilt. (6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.1., im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 4.3. und in „Regeln“ auf S.14 die Regeln (1), (2.2.1), (2.2), (2.1).]

Letzter Einsendetermin: