

# KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2016/17

Serie 7

---

1) Beweise folgende Sätze über reelle Zahlen  $x, y$ :

a) Wenn  $x, y > 0$ , dann  $(x + y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$ . (3 P)

b) Wenn  $x, y > 0$ , dann  $x(x + 1) + \frac{y^2}{x} \geq x^2 + 2y$ . (3 P)

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3. (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) sowie in „Regeln“ auf S.14 die Regeln (1), (2.2.1) und (2.2)]

2) Seien  $p$  und  $(2p + 1)$  Primzahlen und es gelte  $p \neq 3$ .

Es ist zu beweisen, dass dann stets  $(4p + 1)$  keine Primzahl ist.

Leite aus diesen Voraussetzungen noch eine andere Behauptung ab.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

[Wiederhole dazu in „Regeln“ auf S. 11 die Regeln (1) und (5)] (6 P)

3) Sei  $n$  eine beliebige natürliche Zahl und gelte  $z = 46^{2n} - 12^{2n}$ .

Beweise, dass dann stets  $1972|z$  gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Hinweis: Rückwärtsarbeiten! 1972 lässt sich in das Produkt aus drei teilerfremden Zahlen zerlegen. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen)]

4) Ermittle die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen über dem Bereich der rationalen Zahlen:

a)  $\frac{3-x}{66} - \frac{3x+1}{154} = \frac{2-x}{42} - \frac{3x-1}{231}$ ; b)  $\frac{3x-7}{4x-6} - \frac{3}{5} = \frac{1}{3} - \frac{x+6}{10x-15}$ .

(6 P)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2. (Regeln für das äquivalente Umformen)]

5) Ein Kraftfahrer fuhr mit seinem PKW von A nach B. Nach einer Fahrzeit von 20 Minuten hatte er eine Panne, die in 30 Minuten behoben werden konnte. Nach weiteren 12 Minuten Fahrzeit musste er an einer geschlossenen Bahnschranke 4 Minuten warten. Bis dahin hatte er 40 km zurückgelegt. Die Fahrt von der Bahnschranke nach B begann um 11.06 Uhr und verlief ohne Aufenthalt. In B angekommen stellte der Kraftfahrer fest, dass er von der Abfahrt an der Bahnschranke bis zur Ankunft in B genau die Hälfte derjenigen Zeit benötigt hatte, die insgesamt von der Abfahrt in A bis zur Ankunft in B vergangen war.

Es sei angenommen, dass der Kraftfahrer auf jedem Teilstück dieses Weges mit der gleichen Durchschnittsgeschwindigkeit fuhr.

- a) Zu welcher Uhrzeit traf der Kraftfahrer in B ein?
  - b) Wie groß war die Durchschnittsgeschwindigkeit, in km/h ausgedrückt?
  - c) Wie viel Kilometer hatte er insgesamt von A nach B zurückgelegt? (6 P)
- 

**Letzter Einsendetermin:**