

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2016/2017

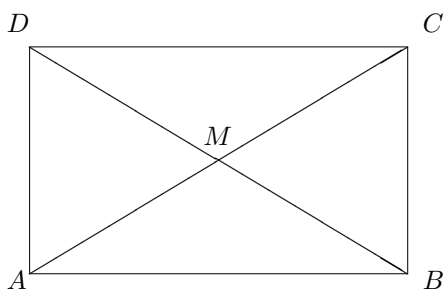
Serie 8

Wolf-Dieter Heinrichs
wolf-dieter.heinrichs@outlook.com
Mobil: 0152 56308507

Aufgabe 1 : Flächeninhalte

Betrachte ein beliebiges Rechteck $ABCD$. Zeichne die beiden Diagonalen \overline{AC} und \overline{BD} mit dem Schnittpunkt M ein. Bilde die Summe der Flächeninhalte der jeweils gegenüberliegenden Dreiecke $\triangle ABM$ und $\triangle CDM$ bzw. $\triangle BCM$ und $\triangle ADM$. Zeige, dass die beiden Summen gleich sind, d.h. dass $F(\triangle ABM) + F(\triangle CDM) = F(\triangle BCM) + F(\triangle ADM)$ ist.

Dabei steht $F(\triangle XYZ)$ für die Fläche des Dreiecks $\triangle XYZ$.



Aufgabe 2 : Das MU Rätsel

Wir betrachten Wörter, die aus nur den 3 Buchstaben M, U und I des Alphabets bestehen. Beispiele für Wörter sind dann MU , UIM oder $UIIUMIUUIMUI$.

Aus vorhandene Wörtern darf man durch die Anwendung folgender Regeln weitere Wörter erzeugen:

- Regel 1: Wenn der letzte Buchstabe ein I ist, darfst Du ein U anhängen. Zum Beispiel kann Du aus IMI das neue Wort $IMIU$ bilden.
- Regel 2: Es bezeichne x eine beliebige Folge von Buchstaben. Aus dem Wort Mx darfst Du das Wort Mxx bilden. Zum Beispiel kann aus $MIIU$ das neue Wort $MIIUIIU$ gebildet werden.
- Regel 3: Wenn Du in einem Wort die Buchstabengruppe III findest, kannst Du diese durch ein U ersetzen. Zum Beispiel kann aus $MIIIIIM$ das Wort $MUIM$ oder das Wort $MIUM$ werden. Je nachdem ob Du die ersten drei I oder die letzten drei I durch U ersetzt.
- Regel 4: Wenn Du in einem Wort die Buchstabengruppe UU findest, darfst Du diese streichen. Aus $MIUUI$ kannst Du also MII machen.

Man darf nun auf ein bestimmtes Wort diese Regeln in beliebiger Reihenfolge anwenden. Dazu ein Beispiel, welches mit MI startet:

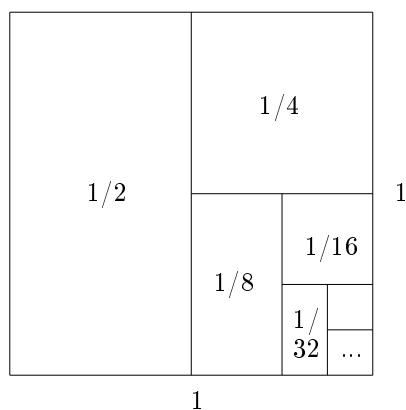
- 1) MI
- 2) MII (durch Regel 2)
- 3) $MIIII$ (durch Regel 2)
- 4) $MIIIIU$ (durch Regel 1)
- 5) $MUIU$ (durch Regel 3)
- 6) $MUIUUIU$ (durch Regel 2)
- 7) $MUIIU$ (durch Regel 4)

Jetzt zu der Aufgabe:

- i) Kannst Du durch das Anwenden der Regeln aus MU das Wort M erzeugen und wenn ja, wie?
- ii) Kannst Du durch das Anwenden der Regeln aus MII das Wort $MUIIUIU$ erzeugen und wenn ja, wie?
- iii) Versuche aus MI das Wort MU zu erzeugen. Begründe warum dies nicht geht!

Aufgabe 3 : Eine Summe

Betrachte die Flächeninhalte der folgenden, in ein Quadrat der Kantenlänge 1 eingeschlossenen, Rechtecke!



Jetzt siehe Dir die folgende Summe an:

$$S = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots$$

Die Pünktchen ... am Ende bedeuten, dass Du die Summe solange fortsetzen darfst, wie Du Lust hast. Dabei musst Du nur beachten, dass der nächstfolgende Summand stets genau halb so groß ist, wie der vorangegangene.

Wie viele Summanden musst Du mindestens addieren, damit die Summe größer oder gleich $7/8 = 0,875$ wird?

Wie viele Summanden musst Du mindestens addieren, damit die Summe größer oder gleich $15/16 = 0,9375$ wird?

Kannst Du eine Zahl M angeben, so dass immer

$$S = 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + \dots < M$$

gilt, egal wie viele Summanden Du addierst? Versuche M (mit dieser Eigenschaft) möglichst klein zu wählen. Begründe Deine Wahl! Siehe Dir dazu noch einmal die Zeichnung an!

Aufgabe 4 : 6-Eck

Betrachte ein gleichseitiges 6-Eck. Wie viele Diagonalen gibt es?

Durch die Diagonalen entstehen viele Dreiecke im 6-Eck. Wie viele Dreiecke entstehen, deren Eckpunkte alle Eckpunkte des 6-Ecks sind?

Wie viele Dreiecke entstehen, bei denen zwei Eckpunkte auch Eckpunkte des 6-Ecks sind und der dritte Eckpunkt der Schnittpunkt zweier Diagonalen ist?

Aufgabe 5 : Logik

Aus den Sätzen: "Wenn Carolin zu Hause ist, so spielt ihr Radio. Heute spielt ihr Radio nicht. folgt Carolin ist heute nicht zu Hause." Was folgt aus den Sätzen: "Wenn Doris früh zur Schule geht, holt sie auf dem Weg immer Emil ab. Gestern ging Doris zur Schule, heute geht sie aber nicht dorthin."? Begründe. Warum folgt aus "Wenn das Benzin ausgeht, bleibt das Auto stehen. Das Auto bleibt heute stehen. nicht, dass das Benzin heute ausgeht?"

Organisatorisches

Sendet die Lösungen bitte bis zum 10. Juni 2017 an:

Wolf-Dieter Heinrichs

Nernststr. 12

04159 Leipzig

oder per E-Mail an: wolf-dieter.heinrichs@outlook.com

Ihr könnt auch stets auf die Internet-Seite

<http://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.16.6-K>

sehen, dort findet ihr alle wichtigen Informationen zu unserem Zirkel.