Korrespondenz-Seminar der LSGM 2006/7

Klasse 7, Serie 7

Aufgabe 1 Wir betrachten die folgende Gleichung

$$\frac{px}{6} - \frac{14}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{4x}{3}$$

mit der Variablen x und dem Parameter p.

a) Durch welche Zahl muss der Parameter p ersetzt werden, damit gilt $L = \{4\}$?
b) Gibt es Werte für den Parameter p, für die $L = \{\}$ bzw. $L = \{0\}$ gilt?

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen).

Aufgabe 2 Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel zweier positiver rationaler Zahlen ist niemals größer als ihr arithmetisches Mittel.
In welchem Fall gilt das Gleichheitszeichen?

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3. (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) sowie in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 3 Es seien p und $2p+1$ Primzahlen und es gelte $p \neq 3$. Es ist zu beweisen, dass dann $4p+1$ keine Primzahl ist.
Leite aus diesen Voraussetzungen noch eine andere Behauptung ab.

Hinweis. Wiederhole dazu in „Regeln“ auf Seite 11 die Regeln (1) und (5).

Aufgabe 4 Es seien $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ und $\overline{CF}$ die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ABC, die einander im Punkt S schneiden, und es sei M der Schnittpunkt von DF und BE.
Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen gilt:

a) M halbiert die Strecken $\overline{DF}$ und $\overline{BE}$.

b) Die Dreiecke FBS und DBS sind inhaltsgleich.

c) Es gilt $|AS| = 2\,|SD|$.

Hinweis. Wiederhole in „Sätze“ im Abschnitt IV (Dreiecke) die Sätze S6) und Z7) sowie in Abschnit V (Vierecke) den Satz Z3). Der zweite Teil des Satzes S9 c) über Seitenhalbierende im Abschnitt IV d darf dabei *nicht* als Hilfsmittel verwendet werden.

Aufgabe 5 Vier Lastkraftwagen A, B, C und D befahren dieselbe Strecke. Fährt A mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 56 km/h und B mit 40 km/h, dann benötigt A genau 2 Stunden weniger als B für diese Strecke.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit müsste C fahren, wenn D genau 4 Stunden eher als C abfahren, durchschnittlich mit 35 km/h fahren und gleichzeitig mit C am gemeinsamen Ziel ankommen soll?