

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2006/7

Klasse 7, Serie 6

Aufgabe 1 a) Zerlege die folgenden Terme soweit wie möglich in Faktoren.

$$28x^2y - 84xy^2 + 63y^3 =$$
$$2au^2 - 2av^2 + bu^2 - bv^2 =$$

b) Addiere jeweils die Brüche und vereinfache so weit wie möglich.

$$\frac{(3x-2)^2}{15} - \frac{(2x-1)(3x-2)}{21} - \frac{11x^2-3(x-2)}{35} =$$
$$\frac{(2u+v)(2u-v)}{132} - \frac{(u-v)^2}{102} - \frac{15u(u+v)-13v^2}{748} =$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den ersten Teil von Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen).

Aufgabe 2 a) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$\frac{8x+1}{5} + \frac{2x-7}{20} - \frac{5x-7}{8} < 6x - \frac{73}{8}, \quad x \in \mathbb{Q}.$$

b) Ermittle den Wert des Parameters p , für den die Gleichung

$$\frac{4}{3x} + \frac{5}{2x} = \frac{3}{x} + \frac{p}{6}$$

keine Lösung x besitzt und den Wert von p , für den diese Gleichung genau die Zahl $x = 2$ als Lösung besitzt.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.1. (Einige Begriffe) und den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen) sowie in „Regeln“ auf Seite 15 die Regeln (2.1) und (3.2).

Aufgabe 3 Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel $\sqrt{ab}$ zweier positiver rationaler Zahlen a und b ist stets größer oder gleich ihrem harmonischen Mittel $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$, das heißt,

$$\sqrt{ab} \geq \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}, \quad \forall a, b > 0.$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 sowie in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 4 Konstruiere ein Dreieck ABC aus den Stücken

$$a + c = 8 \text{ cm}, \quad h_c = 3 \text{ cm}, \quad \beta = 70^\circ.$$

Dabei seien wie üblich a und c die Seitenlängen von $\overline{BC}$ bzw. $\overline{AB}$, β die Größe des Winkels $\angle ABC$ und h_c die Länge der Höhe von C auf AB .

Hinweis Es wird eine vollständige Lösungsdarstellung verlangt, bestehend aus Skizze, Konstruktionsbeschreibung, Konstruktion, Beweis und Diskussion der Eindeutigkeit.

Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln“ auf Seite 9/10 die Regeln (1), (3.1), (2.1) und (2.2).

Aufgabe 5 Ein Bauer hinterlässt seinen beiden Söhnen eine Schafherde. Die Anzahl der Schafe ist eine zweistellige Zahl. Die Brüder lassen diese Herde von einem Mittelsmann verkaufen, wobei sie ihn beauftragen, er solle ein Schaf für soviel Euro verkaufen, wie die Schafe Herde hat.

Der Mittelsmann bringt den Erlös in lauter 10€-Scheinen und einen Rest an Kleingeld, der keinen vollen 10€-Schein mehr ergibt.

Die Brüder teilen das Geld so, dass beide gleich viele 10€-Scheine erhalten. Dabei bleibt ein 10€-Schein und der Rest Kleingeld übrig.

Da sagt der ältere zum jüngeren Bruder: „Ich nehme den Schein und du bekommst den Rest und ein von mir gekauftes Taschenmesser; dann haben wir beide gleich viel bekommen.“

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben der Preis des Taschenmessers eindeutig ermitteln lässt. Ist dies der Fall, so gib diesen Preis an.

Lässt sich aus diesen Angaben auch die Anzahl der Schafe eindeutig ermitteln, wenn man zusätzlich noch weiß, dass diese Anzahl durch 7 teilbar ist.