Korrespondenz-Seminar der LSGM 2006/7 Klasse 7, Serie 4

Aufgabe 1 a) Untersuche, welche der folgenden drei Kongruenzaussagen wahr und welche falsch sind! Vereinfache die wahren Kongruenzaussagen durch entsprechende Division auf beiden Seiten so weit wie möglich!

$$2106 \equiv 5670 \pmod{198}$$
,
 $119621 \equiv 45103 \pmod{1007}$,
 $917226 \equiv 426113 \pmod{764}$.

b) Ermittle die letzte Ziffer des folgenden Produkts:

$$z = 5197915^{1995} \cdot 73219^{221} \cdot 54237^{27}$$
.

Hinweis. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dabei nicht zugleassen. Lies dazu im "Arbeitsmaterial" den Abschnitt 3.3 (Rechnen mit Kongruenzen).

Aufgabe 2 Zu konstruieren sind alle Vierecke *ABCD*, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- (a) $\overline{AB} = a = 8 \text{ cm}$.
- (b) $\overline{CD} = c = 3 \text{ cm}$.
- (c) $\overline{AC} = e = 7 \text{ cm}$.
- (d) $\overline{BD} = f = 6 \text{ cm}$.
- (e) ABCD ist ein Trapez mit $AB \parallel CD$.
- a) Beschreibe eine Konstruktion und fertige eine Konstruktionszeichnung an.
- b) Beweise: Wenn ein Viereck *ABCD* die Bedingungen (a) bis (e) erfüllt, dann lässt es sich wie beschrieben konstruieren. (Einzigkeitsnachweis).

Hinweis. Wiederhole im "Arbeitsmaterial" den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben); lies in "Regeln" auf Seite 7 zur "Methode der Hilfselemente" die Regeln (2.1) und (2.2). Man kann auf der Geraden *AB* einen Hilfspunkt *E* so wählen, dass ein konstruierbares Hilfsdreieck *AEC* und ein nützliches Hilfsviereck *BECD* entsteht.

Aufgabe 3 a) Schreibe die Menge T aller Teiler der Zahl 8^3 auf und gib die Anzahl t dieser Teiler an.

- b) Ermittle die Anzahl t(n) aller Teiler der Zahl 3^{2n} (in Abhängigkeit von n).
- c) Ermittle die Anzahl t der Teiler der Zahl $z = 125^{25}$.

Aufgabe 4 Aus vier verschiedenen Ziffern a, b, c und d ungleich 0 werde die größte und die kleinste vierstellige Zahl gebildet. Als Summe dieser beiden Zahlen erhält man die Zahl $\overline{eef20}$, wobei e und f untereinander verschiedene Ziffern darstellen, die auch von a, b, c und d verschieden sind.

Zu ermitteln sind alle Ziffern a, b c und d, die diese Bedingungen erfüllen.

Aufgabe 5 Ein Zug fährt genau 15 Minuten später von einem Bahnhof *B* ab, als es der Fahrplan vorsieht. Deshalb fährt er mit 120% der auf der Strecke üblichen Durchschnittsgeschwindigkeit so lange, bis er den Rückstand aufgeholt hat.

Nach wie viel Minuten (gerechnet von der tatsächlichen Abfahrt des Zuge an) ist das der Fall?