



Korrespondenz-Seminar 2005/06 der LSGM

Klasse 8 – Aufgabenserie 5

Hinweise zu den Aufgaben

In Aufgabe 1 geht es um Lösungen parameterabhängiger quadratischer Gleichungen. Für jeden Wert $p \in \mathbb{R}$ bekommt man eine spezielle Aufgabe und du sollst untersuchen, für welche Werte von p sich die jeweils angegebene Lösungsmenge ergibt.

In Aufgabe 2 geht es um räumliche Geometrie. Die Aufgabenstellung suggeriert, dass die vier Punkte E, F, G, H in einer Ebene liegen – und so ist es auch. Aber das ist für vier Punkte im Raum keineswegs selbstverständlich und muss von dir mit bewiesen werden. Suche dazu eine Strecke, die sowohl zu EF als auch zu GH parallel ist und überlege, was man mit einer solchen Beobachtung anfangen kann. Ähnliches gilt auch für EH und FG und damit ist schon fast alles bewiesen.

Für Aufgabe 3 lies dir bitte auch das Arbeitsmaterial „Ähnlichkeit von Dreiecken“ durch. Dreiecke sind insbesondere dann ähnlich, wenn sie in zwei (und damit auch der dritten) Winkelgrößen übereinstimmen. Überlege, welche Sätze am Kreis etwas über gleichgroße Winkel aussagen und wie ein solcher Satz hier anzuwenden ist.

Auch in Aufgabe 5 geht es um Geometrie. Wenn du gar nicht weiter weißt, ein kleiner Tipp: Markiere M als Mittelpunkt des inneren Kreises. Überlege, warum die Gerade AM durch den zweiten Berührungspunkt geht und was man daraus über verschiedene Winkelgrößen folgern kann.

Aufgabe 4 ist wieder eine nicht sehr schwere Textaufgabe, in der du Kenntnisse über Teilbarkeit benötigst.

Eure Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 10. März 2006** einschicken an die Adresse

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Prof. H.-G. Gräbe.

Die Aufgaben

1. Untersuche, ob es jeweils einen Wert für den Parameter p gibt, für den die Gleichung

$$(px - 2)^2 + (x + 3p)^2 - (px - 3)(px + 3) = 2x + (x + 2p)(x - 2p) + 26$$

folgende Lösungsmenge besitzt:

(6 Pkt.)

- | | | |
|---------------------|--------------------|----------------|
| a) $L = \mathbb{R}$ | b) $L = \emptyset$ | c) $L = \{0\}$ |
| d) $L = \{1\}$ | e) $L = \{q\}$ | |

2. Sei $ABCD$ ein beliebiges Tetraeder – also ein ebenflächig begrenzter Körper mit vier Seitenflächen, die allesamt Dreiecke sind. Seien E, F, G bzw. H die Mittelpunkte der Kante $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{BC}$ bzw. $\overline{AC}$. (6 Pkt.)

- Betrachte das Viereck $EFGH$ und stelle eine Vermutung auf, um welche Art von Viereck es sich handeln könnte!
- Beweise deine Vermutung!
- Was lässt sich über das Viereck $EFGH$ speziell aussagen, wenn $ABCD$ ein regelmäßiges Tetraeder mit der Kantenlänge 1 ist, dessen vier Seitenflächen also kongruente gleichseitige Dreiecke sind?
- Berechne für diesen speziellen Fall den Flächeninhalt des Vierecks $EFGH$!

3. Ein Viereck $ABCD$ heißt *Sehnenviereck*, wenn die Punkte A, B, C, D in der Reihenfolge auf einer Kreislinie liegen.

- a) Beweise den folgenden Satz: (3 Pkt.)

Wenn $ABCD$ ein Sehnenviereck mit dem Diagonalschnittpunkt S ist, dann sind die Dreiecke $\triangle ABS$ und $\triangle DCS$ zueinander ähnlich.

- b) Beweise den folgenden *Sehnensatz*: (3 Pkt.)

Wenn zwei Sehnen $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$ eines Kreises einander in einem Punkt S schneiden, dann ist das Produkt der Längen der Abschnitte auf $\overline{AB}$ gleich dem Produkt der Längen der Abschnitte auf $\overline{CD}$, d.h. es gilt

$$|AS| \cdot |SB| = |CS| \cdot |SD|$$

4. Die Lose einer Lotterie haben die Nummern 000001 bis 999999. Jede Nummer kommt nur einmal vor. Ein abergläubiger Spieler hält Nummern für glücksbringend, wenn die Summe der ersten drei Ziffern gleich der Summe der letzten drei Ziffern ist.

Beweise, dass die Summe aller glücksbringenden Losnummern durch 13 teilbar ist. (6 Pkt.)

5. Eine dreieckige Fläche ABC wird begrenzt von einer Strecke $\overline{AB}$ der Länge a sowie zwei Kreisbögen $\widehat{BC}$ mit Zentrum in A sowie $\widehat{AC}$ mit Zentrum in B . Dieser dreieckigen Fläche ist ein Kreis mit dem Radius r einbeschrieben, der alle drei Begrenzungslinien berührt.

Finde eine Formel, mit der r durch a ausgedrückt werden kann! (6 Pkt.)