Leipziger SchülerGesellschaft
für Mathematik
http://lsgm.uni-leipzig.de

c/o LSGM, über Mathematisches Institut, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig
Tel. 0341-9732116 (d), 0341-4792026 (pr)
email: Axel.Schueler@math.uni-leipzig.de

Korrespondenz-Seminar 2005/06 der LSGM
Klasse 8 – Aufgabenserie 2

1. Ermittle die Lösungsmengen der folgenden linearen Kongruenzen (je 1 Pkt.)

a)	$51\,x$	$\equiv$	85	(mod 221)	b)	$143\,x$	$\equiv$	501	(mod 121)
c)	$143\,x$	$\equiv$	572	(mod 77)	d)	$161\,x$	$\equiv$	2300	(mod 253)
e)	$333\,x$	$\equiv$	592	(mod 629)	f)	$1210\,x$	$\equiv$	393	(mod 77)

2. Beweise folgende Sätze indirekt:

a) Wenn $\frac{a-b}{a+b}$ ein Bruch ist (mit $a, b \in \mathbb{N},\ b \neq 0$), der sich nicht kürzen lässt, dann trifft dies auch auf den Bruch $\frac{a}{b}$ zu. (3 Pkt.)

b) Wenn das Quadrat einer natürlichen Zahl durch 3 teilbar ist, dann trifft dies auch für die Zahl selbst zu. (3 Pkt.)

3. Ermittle die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen über dem Bereich der reellen Zahlen: (je 3 Pkt.)

a) $\dfrac{1}{(x+1)^2} \geq \dfrac{1}{x^2}$ b) $\dfrac{2\,x}{1+5\,x} - 2 \leq \dfrac{3}{1+5\,x}$

4. Ermittle alle Primzahlen p, für die $T(p) = p^3 + p^2 + 11\,p + 2$ wieder eine Primzahl ist. (6 Pkt.)

Hinweis: Versuche zunächst, durch Betrachtung spezieller Fälle zu einer Vermutung zu kommen. Untersuche dann, für welche Primzahlen p diese Vermutung (Teilbarkeit von $T(p)$ durch eine bestimmte Zahl) zutrifft. Überlege schließlich, was für die verbleibenden Primzahlen p gilt.

5.

a) Aus 3 Litern 10-prozentigem Essig soll durch Zugießen von 90-prozentiger Essigessenz ein Gemisch von 25-prozentigem Essig hergestellt werden.

Wieviel Liter Essenz muss man zugießen? (2 Pkt.)

b) Allgemein: Gegeben seien drei Zahlen p, p_1, p_2 mit $0 < p_1 < p < p_2 < 100$.

Aus einer geeigneten Menge von x Litern einer p_1-prozentigen Lösung eines Stoffes (d.h. einer Lösung, die $p_1\,\%$ dieses Stoffes und den Rest Wasser enthält) und einer

geeigneten Menge von y Litern einer p_2-prozentigen Lösung des gleichen Stoffes soll durch Zusammengießen eine p-prozentige Lösung hergestellt werden.

Leite eine gültige Formel her, mit welcher man aus vorgegebenen Werten p_1, p, p_2 das richtige Verhältnis $x : y$ für die Herstellung einer solchen Mischung bestimmen kann. (4 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Mit Aufgabe 1 nehmen wir das Thema "Rechnen mit Resten" aus Klasse 7 wieder auf und führen es im Thema "lineare Kongruenzen" weiter. Lies dazu im "Arbeitsmaterial Kl. 8" den Abschnitt 3.1 und wiederhole im "Arbeitsmaterial Kl. 7" den Abschnitt 3.3. Lies weiter die beiliegenden ergänzenden Arbeitsmaterialien, die auch online verfügbar sind.

Mit Aufgabe 2 soll das Verfahren des indirekten Beweises geübt werden. Lies dazu im "Arbeitsmaterial Kl. 8" den Abschnitt 1.2.

Mit Aufgabe 3 wird das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen geübt. Lies dazu im "Arbeitsmaterial Kl. 8" den Abschnitt 4.3.

Aufgabe 4 ist eine explorative Aufgabe, wo zunächst eine plausible Vermutung zu finden ist, ehe es ans Beweisen gehen kann. Dass es um Teilbarkeit geht ist sicher kein Geheimnis.

Aufgabe 5 ist wieder eine (zweiteilige) Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert.

Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 15. November 2005** einschicken an die Adresse

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Für die aktive Teilnahme am Seminar ist eine **Anmeldung** erforderlich.

Wegen der geringen Teilnehmerzahl wird das **erste Arbeitstreffen erst am 26.11. stattfinden**. Wir treffen uns um 9:30 Uhr im Hauptgebäude der Uni (Augustusplatz) beim Pförtner. Bitte schreibt mir unbedingt, ob ihr am Arbeitstreffen teilnehmt.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Prof. H.-G. Gräbe.