Leipziger SchülerGesellschaft
für Mathematik

http://lsgm.uni-leipzig.de

c/o LSGM, über Mathematisches Institut, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig
Tel. 0341-9732116 (d), 0341-4792026 (pr)
email: Axel.Schueler@math.uni-leipzig.de

Korrespondenz-Seminar 2005/06 der LSGM
Klasse 8 – Aufgabenserie 1

1.

a) Zerlege so weit wie möglich in Faktoren: (2 Pkt.)

$$6u^4 - 6 = \ldots \qquad 12\,x^3y - 27\,x\,y^3 = \ldots$$
$$20\,a^3b - 60\,a^2b^2 + 45\,a\,b^3 = \ldots \qquad 7\,x^5 + 14\,x^3 + 7\,x = \ldots$$

b) Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung

$$\frac{3}{x^2+2\,x} - \frac{4}{2\,x^2-8} = \frac{1}{x^2-4\,x+4}$$

im Bereich der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$. (2 Pkt.)

c) Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung

$$\frac{3\,x^2+3\,x}{x^2+2\,x+1} < 1$$

im Bereich der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$. (2 Pkt.)

2. Beweise, dass von den durch 7 teilbaren ganzen Zahlen im Bereich $1000 \leq x \leq 1100$ nicht 9 voneinander verschiedene Zahlen ausgewählt werden können, die alle gerade sind. (6 Pkt.)

3. Setzt man zwischen die zweite und dritte Ziffer einer vierstelligen natürlichen Zahl das Multiplikationszeichen, dann erhält man ein Produkt aus zwei Faktoren.

Ermittle alle vierstelligen Zahlen, die doppelt so groß sind wie das aus ihnen auf obige Weise gebildete Produkt! (6 Pkt.)

4. Max arbeitet zur Vorbereitung auf die Mathematik-Olympiade eine Anzahl Aufgaben durch. Seinem Freund Moritz, der ihn fragt, wie viele von diesen Aufgaben er bereits gelöst habe und wie viele noch nicht, antwortet er:

"Die Anzahl der gelösten Aufgaben ist um 22 größer als die Anzahl der nicht gelösten Aufgaben. Addiert man zur Anzahl der gelösten Aufgaben die dreifache Anzahl der nicht gelösten Aufagben, so erhält man eine Zahl, die kleiner als 60 ist. Addiert man aber zur Anzahl der gelösten Aufagben ein Drittel der Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so ergibt sich eine Zahl, die größer als 30 ist."

Untersuche, ob durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wie viele Aufgaben Max bearbeitet und wie viele er davon gelöst hat!

Ist dies der Fall, so gib diese Anzahlen an! (6 Pkt.)

5. Auf der Strecke $\overline{AB}$ fährt ein Radfahrer X von A nach B, ein zweiter Radfahrer Y von B nach A. Beide sind um 10:00 Uhr gestartet. In B bzw. A angekommen, kehren sie sofort um, fahrren dieselbe Strecke bis A bzw. B zurück und beenden dann ihre Fahrt. Es werde angnommen, dass jeder der beiden Fahrer seine Geschwindigkeit konstant beibehält und dass die zum Wenden benötigte Zeit vernachlässigt werden kann.

Auf der Hinfahrt begegnen sie sich 30 Minuten nach dem Start an einer Stelle, die 7,5 km von A entfernt ist. Nochmals 30 Minuten später waren die Radfahrer wieder beide zusammen an einer Stelle zwischen A und B.

Ermittle alle Möglichkeiten dafür, wie groß nach dieser Beschreibung

a) die Länge der Strecke $\overline{AB}$,

b) die Geschwindigkeit der Radfahrer x und Y

sein könnte. (6 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Aufgabe 2 lässt sich mit dem Dirichletschen Schubfachprinzip lösen. Lies dazu das Arbeitsblatt zum Schubfachprinzip und versuche, diesen Ansatz richtig auf die gegebene Situation zu übertragen.

Die Aufgabe 1 knüpft an Themen an (Umformen von Termen und Lösen von Ungleichungen), die bereits im Seminar der Klasse 7 eine Rolle gespielt haben.

Die Aufgaben 3, 4 und 5 sind Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert.

Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 8. Oktober 2005** einschicken an die Adresse

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Für die aktive Teilnahme am Seminar ist eine **Anmeldung** erforderlich.

Das **erste Arbeitstreffen** soll wie geplant am 5.11. stattfinden. Dazu gibt es nähere Informationen mit der zweiten Serie.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Prof. H.-G. Gräbe.