

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2005/6

Klasse 7, Serie 6

Aufgabe 1 Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen.

$$(a) \quad \frac{x+2}{84} - \frac{x+1}{207} = \frac{2x+7}{322}.$$

$$(b) \quad (5x-7)(5x+7) - (4x-5)^2 < (3x-8)(3x+8).$$

Aufgabe 2 a) Beweise, dass für alle rationalen Zahlen a und b gilt:

$$\text{Wenn } a > 0 \text{ und } b > 0, \text{ dann } (a+b) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 4.$$

b) Untersuche, ob der Satz eine wahre Umkehrung besitzt!

Aufgabe 3 Von einem Dreieck ABC , dessen Innenwinkelgrößen wie üblich mit α , β und γ bezeichnet sind, ist bekannt:

(1) Die im Mittelpunkt D der Seite \overline{AB} errichtete Senkrechte schneidet die Halbierende des Winkels $\angle BAC$ in einem Punkt E und die Seite \overline{AC} in einem inneren Punkt F .

(2) Der Winkel $\angle FEA$ ist doppelt so groß wie β .

a) Berechne β und γ für den Fall, dass $\alpha = 45^\circ$ gilt.

b) Berechne α und β für den Fall, dass $\gamma = 90^\circ$ gilt.

Aufgabe 4 In einem Haus wohnen die Mietparteien Albrecht, Becker, Conrad, Dietrich, Erm-ler, Fritsche, Geißler, Hamann, Ilgner, Kästner, Männig, Nolte, Oswald, Richter und Petzold. In jedem Stockwerk wohnen genau zwei Mietparteien. Außer den Genannten gibt es keine weiteren Mieter. Keine der Wohnungen steht leer. Außerdem sei folgendes bekannt:

1. Albrechts wohnen zwei Stockwerke tiefer als Beckers.
2. Beckers wohnen sechs Stockwerke höher als Conrads.
3. Familie Fritsche wohnt mit Familie Geißler im selben Stockwerk.
4. Familie Männig wohnt vier Stockwerke höher als Familie Nolte und zwei Stockwerke tiefer als Familie Fritsche.
5. Familie Ostwald wohnt ein Stockwerk über Familie Nolte.

6. Familie Petzold wohnt fünf Stockwerke unter Familie Geißler.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die folgenden Fragen eindeutig beantworten lassen. Gib die betreffende Antwort an.

- a) Wie viele Stockwerke hat das Haus?
- b) Welche Familie wohnt mit Familie Petzold im selben Stockwerk?
- c) Im wievielten Stockwerk wohnt Familie Albrecht?

Aufgabe 5 a) Addiere die folgenden Brüche und zerlege den Zähler und den Nenner des Resultats so weit wie möglich in Faktoren.

$$\frac{x+y}{3x-5y} + \frac{x+y}{3x+5y} =$$

b) Berechne und vereinfache so weit wie möglich.

$$\left(\frac{x+y}{3x-5y} + \frac{x+y}{3x+5y} \right) : \frac{5x^2 + 10xy + 5y^2}{9x^2 - 25y^2} =$$