

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2005/6

Klasse 7, Serie 5

Aufgabe 1 Es seien a und b natürliche Zahlen. Beweise den folgenden Satz:

Wenn a bei der Division durch 24 den Rest 7 lässt und b bei der Division durch 24 den Rest 5, dann ist die Differenz der Quadrate dieser beiden Zahlen durch 24 teilbar.

Hinweis. „Übersetze“ diese Aufgabe in die Sprache der Kongruenzen.

Aufgabe 2 a) Ermittle jeweils den Rest, den 43^7 bzw. 87^{13} bei der Division durch 44 lassen.

b) Beweise den folgenden Satz: Wenn $z = 43^7 - 87^{13}$, dann $44 \mid z$.

Hinweis. Auch hier kann das Rechnen mit Kongruenzen helfen.

Aufgabe 3 Es möge p_n die n te Primzahl in der Primzahlfolge bezeichnen, also $p_1 = 2$, $p_2 = 3$, $p_3 = 5$, $p_4 = 7$, \dots . Ermittle alle natürlichen Zahlen n , für die gilt $p_n = 2n + 1$.

Hinweis. Suche nach einer Vermutung und beweise sie.

Aufgabe 4 Ermittle alle Tripel $(x; y; z)$ aus natürlichen Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Summe dieser drei Zahlen beträgt 945.
- (2) Ein Sechstel der ersten Zahl ist gleich einem Siebentel der zweiten Zahl und auch gleich einem Achtel der dritten Zahl.

Aufgabe 5 Herr Anders fuhr mit seinem PKW mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h an einer Tankstelle (A) vorbei. Nacheiner weiteren Fahrstrecke von 175 km merkte Herr Anders, dass sein Benzinvorrat vermutlich nicht mehr ausreichen würde um die nächste Tankstelle (B) zu erreichen, die von dieser Stelle aus noch 45 km entfernt liegt. Er verringerte daher seine Geschwindigkeit auf 60 km/h, um weniger Benzin zu verbrauchen.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit legte Herr Anders die Strecke zwischen A und B zurück?