

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2005/6

Klasse 7, Serie 3

Aufgabe 1 Zu konstruieren sind alle (bis auf Kongruenz) verschiedenen Dreiecke ABC , die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) $\overline{BC} = a = 5 \text{ cm}$,

(b) $\overline{AH_a} = h_a = 4 \text{ cm}$,

(c) $\overline{AS_a} = s_a = 6 \text{ cm}$,

dabei sind H_a der Höhenfußpunkt der Höhe von A auf BC und S_a ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{BC} .

a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung an.

b) Beweise, dass die von dir angegebene Konstruktion tatsächlich auf ein Dreieck ABC mit den oben angegebenen Eigenschaften (a), (b) und (c) führt (Existenznachweis).

Aufgabe 2 Gegeben seien zwei natürliche Zahlen r und s , die bei Division durch 5 beide den Rest 3 lassen.

a) Beweise, dass das Produkt dieser beiden Zahlen bei der Division durch 5 den Rest 4 lässt.

b) Welchen Rest lässt die Summe dieser beiden Zahlen bei Division durch 5?

Aufgabe 3 Es sei $ABCD$ ein Viereck, in dem die Diagonale \overline{AC} den Winkel $\angle BAD$ halbiert. Der Punkt D liege auf der Mittelsenkrechten m_{AC} von \overline{AC} und m_{AC} schneide die Gerade AB im Punkt E .

a) Beweise, dass $ABCD$ ein Trapez ist.

b) Welches spezielle Viereck liegt vor, falls $E = B$ gilt? Beweise deine Vermutung.

Aufgabe 4 Gegeben sei ein Brett mit 4 mal 4 Quadraten. Einige Quadrate seien durch Sternchen gekennzeichnet.

a) Weise nach, dass man 7 Sternchen so anordnen kann, dass nach dem Streichen von 2 beliebigen Zeilen und 2 beliebigen Spalten dieses Brettes unter den übrig gebliebenen Quadraten immer mindestens eins mit Sternchen verbleibt.

b) Weise nach: Wenn die Anzahl der Sternchen kleiner ist als 7, dann kann man stets zwei Spalten und 2 Zeilen so streichen, dass alle übrig gebliebenen Quadrate leer sind.

Aufgabe 5 Um einen Behälter von 50m^3 Fassungsvermögen zu füllen, wurde eine Pumpe I um 7.00 Uhr eingeschaltet. Um 8.00 Uhr wurde eine Pumpe II zugeschaltet. Auf diese Weise

war der Behälter um 11.00 Uhr gefüllt. Die Leistungen der beiden Pumpen waren während der gesamten Betriebsdauer konstant. Die Leistung der Pumpe I verhielt sich zur Leistung der Pumpe II wie 1 : 2.

Weise nach, dass sich hieraus die Leistungen der beiden Pumpen eindeutig bestimmen lassen und gib an, wie groß diese Leistungen waren.