

**Klausur für den Auswahlwettbewerb des BK Leipzig
zur Qualifikation für die Teilnahme
an der 3. Stufe der 65. Mathematik-Olympiade
Klasse 9/10**

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen, falls sie nicht aus dem Schulunterricht bekannt sind. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt und dadurch als allgemein bekannt angesehen werden kann.

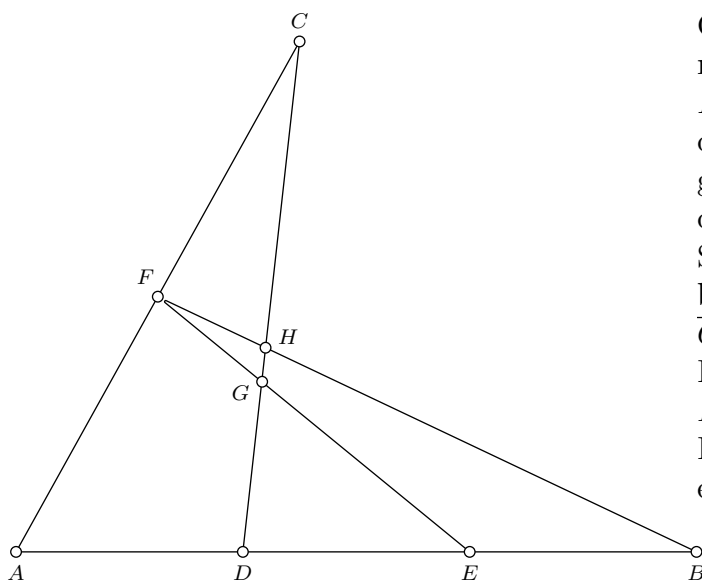
Aufgabe 1: (6 Punkte)

Alexander hat sich mehrfach aus der Menge $\{-1, 1, 2\}$ Zahlen ausgesucht, so dass deren Summe gleich 19 und die Summe ihrer Quadrate gleich 99 ist. Was ist die größtmögliche Summe der dritten Potenzen von Alexanders Zahlen?

Aufgabe 2: (7 Punkte)

Ermitteln Sie alle nichtnegativen ganzen Zahlen n , für die sowohl $16n + 9$ als auch $9n + 16$ Quadratzahlen sind.

Aufgabe 3: (7 Punkte)



Gegeben seien drei nicht auf einer Geraden liegende Punkte A , B und C , wobei die Strecke \overline{AB} durch die Punkte D und E in drei gleiche Teile geteilt wird. Außerdem sei F der Mittelpunkt der Strecke \overline{AC} und die Strecken \overline{EF} bzw. \overline{BF} schneiden die Strecke \overline{CD} in den Punkten G bzw. H . Bestimmen Sie das Verhältnis $F_1 : F_2$ der Flächeninhalte F_1 des Dreiecks FGH und F_2 des Dreiecks DEG .