# Klausur für den Auswahlwettbewerb des BOK Leipzig zur Qualifikation für die Teilnahme an der 3. Stufe der 63. Mathematikolympiade

## Klasse 11/12

Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen ist deutlich erkennbar in logisch und grammatisch einwandfreien Sätzen darzustellen. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es, sie als bekannten Sachverhalt ohne Beweisangabe anzuführen. Auf eine Beweisangabe kann außerdem verzichtet werden, wenn die Aussage einen eigenen Namen besitzt.

**Aufgabe 1**: (6 Punkte)

Sei $\triangle ABC$ ein Dreieck. Die Lotfußpunkte von $A$ auf die Winkelhalbierenden des Dreiecks durch $B$ und $C$ bezeichnen wir mit $D$ und $E$. Man zeige, dass $DE$ parallel zu $BC$ ist.

**Aufgabe 2**: (7 Punkte)

Sei $S$ die Menge der natürlichen Zahlen, die Teiler von $2024^{100}$ sind. Wir betrachten Teilmengen $T$ von $S$, sodass kein Element von $T$ eine andere Zahl aus $T$ teilt. Bestimmen Sie die maximal mögliche Anzahl von Elementen einer solchen Menge $T$.

**Aufgabe 3**: (7 Punkte)

Für $a \in \mathbb{R}$ bezeichnen wir mit $\lfloor a \rfloor$ die maximale ganze Zahl $n$ mit $n \leq a$. Bestimmen Sie die kleinste reelle Zahl $x > 0$, sodass

$$\lfloor x \rfloor < \lfloor x^2 \rfloor < \lfloor x^3 \rfloor < \lfloor x^4 \rfloor < \dots$$