

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats März 2025:

a) Da die ersten 6 km gleichmäßig gelaufen wurden, benötigten Mark und seine Eltern für die ersten 3 km die gleiche Zeit wie für die darauffolgenden 3 km . Diese Zeit ist die gleiche Zeit wie für die letzten 6 km , da sie dort doppelt so schnell liefen. Nach Aufgabenstellung ergeben die letzten beiden Zeitabschnitte 2 h (letzte 9 km), also dauert ein Zeitabschnitt 1 h . Die drei Zeitabschnitte ergeben damit insgesamt 3 h , die sie spazieren waren.

Insbesondere haben sie in den ersten beiden Zeitabschnitten, also 2 h , die ersten 6 km zurückgelegt. Mit gleichbleibender Geschwindigkeit wären sie bei den verbleibenden 6 km noch mal 2 h und damit insgesamt 4 h gelaufen.

b) Es folgen zwei Wege wie in der Aufgabenstellung mit 7 bzw. 6 Wegstücken:



Es ergibt sich folgende Vermutung: Addiert man die Anzahl der Kreuzungen und der Gebiete so erhält man stets die um 1 vergrößerte Anzahl der Wegstücke.

c) Wir fügen zunächst ein einzelnes Wegstück hinzu, welches nur eine kleine Runde am Haus geht (und damit keine Kreuzung hinzufügt) und zeigen danach, dass die Anzahl der Wegstücke mindestens das Doppelte der Anzahl der Kreuzungen ist, woraus die allgemeine Behauptung direkt folgt.

Durch das zusätzliche Wegstück am Haus befinden sich nun an jeder Kreuzung mindestens 4 Wegstückenden. Die Anzahl der Wegstückenden ist also mindestens viermal die Anzahl der Kreuzungen. Da jedes Wegstück genau zwei Enden hat, gibt es mindestens doppelt so viele Wegstücke wie Kreuzungen.