

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Mai 2023*:

a) Laura wird stets Rückgeld erhalten. Betrachtet man das Geld im Portemonnaie, so ist jeder Schein und jedes Geldstück außer das 1-Cent-Stück ein Vielfaches von 5-Cent. Demnach ist auch der summierte Betrag von solchen Scheinen und Geldstücken ein Vielfaches von 5-Cent. Das nächstkleinere Vielfache von 5-Cent bezüglich $92,22\text{€}$ ist $92,20\text{€}$. Die restlichen 2-Cent können jedoch nicht mit dem 1-Cent-Stück bezahlt werden. Demnach kann man den Betrag nicht bezahlen ohne Rückgeld zu erhalten.

b) Sie erhält mindestens sieben Geldscheine oder Münzen. Dies ist mit einem 5€ - Schein, einem 2€ - Stück, einem 50-Cent-Stück, einem 20-Cent-Stück, einem 5-Cent-Stück, einem 2-Cent-Stück und einem 1-Cent-Stück die kleinste Anzahl um das Rückgeld zu bezahlen.

Wenn man nur mit 1-Cent- und 2-Cent-Stücken bezahlt, so darf man höchstens 389 2-Cent-Stücke verwenden, da 389 mal 2-Cent gerade $7,78\text{€}$ ist. Nun kann man die 2-Cent-Stücke 0-mal, 1-mal, \dots , 389-mal verwenden und den Restbetrag mit 1-Cent-Stücken auffüllen. Es ergeben sich 390 Möglichkeiten.

c) Es ist $9222 = 29 \cdot 318$, $116 = 29 \cdot 4$ und $198 = 29 \cdot 6 + 24$. Demnach sind 9222 und 116 durch 29 teilbar, aber 198 ist nicht durch 29 teilbar. Zieht man von dem Gesamtbetrag den Gesamtbetrag für die Brötchenpackungen ab, so erhält man einen Centbetrag, der wieder durch 29 teilbar ist, da zwei durch 29 teilbare Zahlen voneinander subtrahiert werden. Folglich ist der Gesamtbetrag für die Bratwürste auch durch 29 teilbar. Da der Betrag einer einzelnen Bratwurst nicht durch 29 teilbar ist und 29 eine Primzahl ist, muss die Anzahl der Bratwürste durch 29 teilbar sein.

Bei $2 \cdot 29 = 58$ Bratwürsten erhält man $58 \cdot 1,98\text{€} = 114,84\text{€}$ und damit einen zu hohen Betrag. Es müssen demnach genau 29 Bratwürste sein. Für die Brötchenpackungen bleiben dann $92,22\text{€} - 29 \cdot 1,98\text{€} = 34,80\text{€}$ und es ergeben sich $\frac{34,80\text{€}}{1,16\text{€}} = 30$ Brötchenpackungen.