

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats Juni 2020:

a) $(ABCD) \xrightarrow{(13)} (CBAD) \xrightarrow{(23)} (CABD)$

Es wäre nicht möglich, diese Reihenfolge nach einer Woche zu erreichen, da bei $(CABD)$ drei Fische in einem anderem Aquarium sind, als am Anfang. In einer Woche kann man aber nur die Position von zwei Fischen verändern.

b) Der Verlauf der vier Wochen könnte so aussehen:

$(CABD) \xrightarrow{(14)} (DABC) \xrightarrow{(12)} (ADBC) \xrightarrow{(23)} (ABDC) \xrightarrow{(34)} (ABCD)$.

Man braucht mindestens 3 Wochen, um von $(ABCD)$ zu $(CABD)$ zu kommen. Ein möglicher Wechsel könnte so aussehen:

$(ABCD) \xrightarrow{(13)} (CBAD) \xrightarrow{(23)} (CABD) \xrightarrow{(34)} (CADB)$.

Man kann einen Wechsel, der in drei Wochen funktioniert, nicht in vier Wochen erreichen. Wenn man nämlich einen zusätzlichen Wechsel einfügt, muss man immer noch einen zweiten zusätzlichen Wechsel hinzufügen, um wieder an das Ziel zu kommen. Für einen Wechsel, der in drei Wochen funktioniert, funktionieren also nur Wechsel mit einer ungeraden Anzahl von Wochen.

c) Die Möglichkeiten sind:

- $(12)(34)$, dann ist die neue Reihenfolge der Fische $(BADC)$
- $(13)(24)$, dann ist die neue Reihenfolge der Fische $(CDAB)$
- $(14)(23)$, dann ist die neue Reihenfolge der Fische $(DCBA)$

Die Tabelle sieht dann so aus:

	$(12)(34)$	$(13)(24)$	$(14)(23)$
$(12)(34)$	$(ABCD)$	$(DCBA)$	$(CDAB)$
$(13)(24)$	$(DCBA)$	$(ABCD)$	$(BADC)$
$(14)(23)$	$(CDAB)$	$(BADC)$	$(ABCD)$

Es fällt auf, dass auf der Diagonale immer $(ABCD)$ steht. Das heißt, dass wir immer wieder bei der Anfangsreihenfolge landen, wenn wir die gleiche Wechselsvorschrift zweimal hintereinander anwenden. Alle anderen möglichen Endreihenfolgen kommen zweimal in der Tabelle vor.