Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Januar 2014*:

a) Die 14 Möglichkeiten für SEE sind 122, 133, 144, 155, 166, 177, 188, 199, 355, 755, 955, 622, 644 und 688.

(Es sind alle Möglichkeiten gesucht, sodass $S \cdot E$ wieder auf E endet, wobei S und E verschieden voneinander und nicht 0 sind. Wenn $S \cdot E$ auf E endet, so geschieht dies genau dann, wenn $S \cdot E - E = (S-1) \cdot E$ auf 0 endet, das heißt durch 10 teilbar ist. E kann nicht durch 10 teilbar sein, da es sonst 0 wäre. $S-1$ ist nur durch 10 teilbar, wenn $S = 1$ ist und dann ist auch das Produkt durch 10 teilbar. Wenn keiner der Faktoren durch 10 teilbar ist, so ist einer durch 5 teilbar und der andere ist durch 2 teilbar. Falls $E = 5$ ergibt sich $S = 1$, $S = 3$, $S = 7$ oder $S = 9$ damit $S - 1$ gerade und verschieden von E ist. Falls $S - 1 = 5$, also $S = 6$ ergibt sich entsprechend $E = 2$, $E = 4$ oder $E = 8$.)

b) Da SEE und EIS jeweils mindestens 100 sind, ist ihr Produkt mindestens $100 \cdot 100 = 10000$, also mindestens fünfstellig. Wir können annehmen, dass $I = 0$ ist, da wenn ein solches I existiert, insbesondere auch $I = 0$ die Bedingung erfüllt, da das Produkt nur kleiner werden kann und die 0 bisher noch nicht vorkommt, also für I erlaubt ist.
Es gilt $601 \cdot 166 = 99766 < 100000$ und $701 \cdot 177 = 124077 \geq 100000$. Also kommen von den Fällen mit $S = 1$ nur die Fälle bis $E = 6$ auf eine fünfstellige Zahl. Die anderen Fälle werden alle sechsstellig, da stets das Produkt aus S und E größer als 10 ist und damit schon $S00 \cdot E00$ sechsstellig wird und es gilt $S00 \cdot E00 < SEE \cdot EIS$. Es verbleiben die Fälle 122, 133, 144, 155 und 166 für die Zahl SEE.

c) Da wir aus Aufgabenteil b) wissen, dass $S = 1$ und nach der Aufgabenstellung $E = 3$ ist, müssen wir für I die Ziffern $0, 2, 4, 5, 6, 7, 8$ und 9 betrachten. Es gilt: $\mathit{3}\mathbf{01} \cdot 1\mathit{33} = 4\mathbf{00}\mathit{33}$, $\mathbf{32}1 \cdot 133 = 4\mathbf{2}693$, $\mathit{34}1 \cdot 1\mathit{33} = \mathit{4}\mathbf{5}\mathit{3}\mathbf{5}\mathit{3}$, $351 \cdot 133 = 4\mathbf{66}83$, $36\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}33 = 480\mathbf{13}$, $\mathit{3}71 \cdot 1\mathit{33} = \mathbf{49}\mathit{3}\mathbf{4}\mathit{3}$, $\boxed{381 \cdot 133 = 50673}$ und $391 \cdot 133 = 52\mathbf{003}$.