

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats März 2013:

a) Die Anzahl der Buchseiten aller Bücher ist $\frac{3524}{2} = 1762$, da jede Buchseite zwei Seitennummern besitzt und demnach stets doppelt gezählt wurde. Zusätzlich gibt es noch zwei Buchdeckel pro Buch, also insgesamt 28 Buchdeckel. Die Anzahl der Schichten ist demnach insgesamt $1762 + 28 = 1790$.

b) Bei der ersten Frage wird nach der Anzahl der 1-en der Zahlen 1 bis 115 gefragt. Als Einerziffer taucht die 1 von 1 bis 111 auf, also 12-mal. Als Zehnerziffer erhält man die 1 von 10 bis 19 und 110 bis 115 und somit insgesamt $10 + 6 = 16$ mal. Letztendlich erhält man sie als Hunderterziffer genau von 100 bis 115, also 16-mal. Als Anzahl aller 1-en ergibt sich $12 + 16 + 16 = 44$.

Entsprechendes Vorgehen ergibt für die 0:

Einerziffer: 10 bis 110, also 11-mal; Zehnerziffer: 100 bis 109, also 10-mal;
insgesamt 21-mal

Für die 2:

Einerziffer: 2 bis 112, also 12-mal; Zehnerziffer: 20 bis 29, also 10-mal;
insgesamt 22-mal

Für die 7:

Einerziffer: 7 bis 107, also 11-mal; Zehnerziffer: 70 bis 79, also 10-mal;
insgesamt 21-mal

c) Für diesen Aufgabenteil hängen die Anzahlen etwas davon ab, wie die einstelligen und zweistelligen Zahlen notiert sind. Wir gehen zunächst davon aus, dass die erste Ziffer der Zahl auf die letzte Ziffer von der Rückseite trifft und umgekehrt.

Da auf Vorderseiten keine 1 mehr existiert, gibt es keine 1 an einer Einerstelle. Als Zehnerstelle taucht sie auf, wenn an der Einerstelle bei zweistelligen Zahlen bzw. an der Zehnerstelle bei dreistelligen Zahlen der vorherigen Zahl, keine 1 auftritt und die Zahl gerade ist. Man erhält demnach bei 10, 14, 16, 18 und 110 sowie 210 eine 1 als Zehnerstelle, also 6-mal. Bei den Hunderterstellen mit 1 gibt es zunächst 50 solche gerade Zahlen. Davon zählt man die Einsen zu viel, bei denen die vorherige Zahl eine 1 an letzter Stelle steht. Da es 50 aufeinanderfolgende gerade Zahlen sind, taucht jede der fünf ungeraden Ziffern bei den ungeraden Zahlen davor gleich häufig auf. Es bleiben 40 Zahlen bei der Hunderterstelle übrig. Insgesamt sind es $6+40 = 46$ Einsen.

Bei den Zweien erhält man diese als Einerstelle bei zweistelligen Zahlen, die nicht mit 1 beginnen, und dreistelligen Zahlen die nicht mit 1 beginnen (sonst wird sie mit der 1 der Seite zuvor gefressen), also von 22 bis 92 und 202 bis 272 und es gibt demnach $8 + 8 = 16$ Zweien als Einerziffer. Bei der Zehnerziffer tritt die 2 bei zweistelligen Zahlen bei 20, 21 und 23 bis 29 auf und bei dreistelligen Zahlen von 121 bis 129 und 221 bis 229, also insgesamt $9 + 9 + 9 = 27$ -mal an der Zehnerziffer. In der Hunderterstelle taucht die Zwei von 200 bis 278 auf, wenn die vorherige Zahl nicht auf 1 endet und man erhält sie also $79 - 8 = 71$ -mal als Hunderterstelle. Dies macht zusammen $16 + 27 + 71 = 114$ Zweien.

Man kann alternativ auch davon ausgehen, dass stets die Einer- und Hunderterstellen und die beiden Zehnerstellen aufeinandertreffen. Dann ergeben sich mit ähnlichen Überlegungen folgende Werte:

Einsen: $3 + 40 = 43$, Zweien: $18 + 27 + 71 = 116$

Beide Lösungen sind je nach Interpretation als richtig anzusehen.