

# Die LSGM - Aufgabe des Monats

## Lösung des Monats April 2011:

a) Damit es unter den 100 Ostereiern keine vier Eier gibt, welche das gleiche Muster besitzen, darf jedes Muster höchstens dreimal vorkommen. Es ist also eine möglichst geringe Zahl an Mustern gesucht, dessen dreifache Anzahl mindestens 100 ist. Da  $\frac{100}{3} \approx 33,3$  ist, braucht man mindestens 34 verschiedene Farbmuster ( $3 \cdot 33 = 99$ ,  $3 \cdot 34 = 102$ ).

b) Wenn jede Farbe nur einmal verwendet werden darf, kann man aus der Farbe, welche nicht vorkommt, schließen, welche Farben vorkommen. Es gibt also vier Möglichkeiten für die vorkommenden Farben. Zu jeder dieser Möglichkeiten gibt es  $6 = 3 \cdot 2 \cdot 1$  Möglichkeiten der Reihenfolge, da es für den oberen Abschnitt drei, für den mittleren zu jeder Möglichkeit dann nur noch zwei und für den unteren Abschnitt letztlich noch eine Möglichkeit zum Bemalen gibt. Insgesamt sind es  $4 \cdot 6 = 24$  Möglichkeiten für die Farbmuster.

Möglichkeiten bei denen der obere Abschnitt rot ist:

oberer Abschnitt	rot	rot	rot	rot	rot	rot
mittlerer Abschnitt	gelb	grün	gelb	blau	grün	blau
unterer Abschnitt	grün	gelb	blau	gelb	blau	grün

Wenn die Farben auch in mehreren Abschnitten verwendet werden können, gibt es für jeden Abschnitt je vier Möglichkeiten zur Farbwahl. Dies macht insgesamt  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$  Möglichkeiten.

c) Nach Aufgabenteil b) gäbe es bei den senkrechten Abschnitten 24 Möglichkeiten die Abschnitte zu bemalen, wenn man links und rechts nicht vertauschen dürfte. Durch dieses Vertauschen werden immer je zwei Möglichkeiten, welche wegen der unterschiedlichen linken und rechten Farbe verschieden sind, zu einer Möglichkeit vereinigt, das heißt als gleich angesehen. Es ergeben sich mit dem Vertauschen demnach  $\frac{24}{2} = 12$  Möglichkeiten.

Wenn die Farben mehrmals vorkommen dürfen, gibt es Möglichkeiten bei denen die linke und rechte Farbe gleich sind. Die Anzahl dieser Möglichkeiten ist  $4 \cdot 4 = 16$ , da man die Farbe in der Mitte und die linke Farbe (=rechter Farbe) aus den vier Farben auswählen kann.

Möchte man nun wie vorher die Möglichkeiten vereinen bei denen rechte und linke Seite vertauscht sind, so gibt es zu den Möglichkeiten mit gleicher linker und rechter Seite keinen anderen Partner, sodass man die Anzahl aus b) nicht einfach halbieren kann. Nimmt man jedoch die 16 Möglichkeiten mit gleicher linker und rechter Seite nochmal hinzu, erhält man wieder solche Paare, welche durch das Vertauschen zu gleichen Möglichkeiten werden, aber untereinander verschieden sind. Man erhält demnach  $\frac{64+16}{2} = 40$  Farbmuster.

Es folgen alle Möglichkeiten bei denen die Mitte rot ist (dabei sind Farbmuster, welche im Sinne der Aufgabenstellung gleich sind, nur einmal aufgeführt):

Abschnitt			Abschnitt			Abschnitt		
linke	mittlere	rechte	linke	mittlere	rechte	linke	mittlere	rechte
rot	rot	rot	gelb	rot	gelb	grün	rot	grün
rot	rot	gelb	gelb	rot	grün	grün	rot	blau
rot	rot	grün	gelb	rot	blau	blau	rot	blau
rot	rot	blau						