

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats Februar 2011:

a) Die Gesamthöhe der Stufen ergibt sich, wenn man ihre Anzahl mit ihrer Höhe multipliziert. Somit ist die Anzahl der Stufen gleich der Gesamthöhe durch die Einzelhöhe, also $\frac{60 \text{ m}}{20 \text{ cm}} = \frac{6000 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} = \frac{6000}{20} = 300$. Würde man die Anzahl der Stufen verdoppeln, so müsste man jede Stufe durch zwei kleinere Stufen ersetzen. Diese hätten demnach die halbe Höhe von $\frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}$.

b) Die Gesamtzahl der Stufen ist 300. Da jede Treppe mindestens 15 Stufen besitzt und eine Treppe mit mehr als 15 Stufen existiert, ist die Anzahl der Treppen kleiner als $\frac{300}{15} = 20$. Wenn es nur 18 Treppen gäbe, so wäre die Gesamtstufenanzahl höchstens $18 \cdot 16 = 288 < 300$. Demnach gibt es exakt 19 Treppen.

Wenn man 19 Treppen zu je 15 Stufen hätte, wäre die Gesamtstufenzahl $19 \cdot 15 = 20 \cdot 15 - 15 = 300 - 15$. Es fehlen demnach 15 Treppenstufen. Ersetzt man solche Treppen durch Treppen mit 16 Stufen, so kommt bei jeder ersetzten Treppe eine Stufe hinzu. Für die 15 zusätzlichen Stufen benötigt man demnach genau 15 Treppen zu 16 Stufen und es bleiben noch 4 Treppen zu 15 Stufen. Dadurch ist auch die Eindeutigkeit der Lösung nachgewiesen.

c) Für diesen Aufgabenteil gibt es mehrere Lösungen. Im Folgenden ist eine Möglichkeit dargestellt, wobei zusätzlich zur Vorder- und Rückseite auch die Ansichten der einzelnen Ebenen hinzugefügt wurden:

		8	8		
5	5	6	7		
4	3	3	2	1	1

Vorderseite

		7	8		
		7	6	6	5
1	2	2	3	4	4

Rückseite

4	4	3	2	2	1
4	3	3	2	1	1

untere Ebene

5	6	6	7
5	5	6	7

mittlere Ebene

8	7
8	8

obere Ebene