

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats April 2010:

a) Wenn der April 18 Sonnentage und 12 Regentage besitzt und die Durchschnittstemperatur $8,7^{\circ}\text{C}$ beträgt, so treffen genau drei der fünf Vorhersagen zu:

- (A) Diese Aussage ist wahr, da die Durchschnittstemperatur mit $8,7^{\circ}\text{C}$ größer ist als $8,5^{\circ}\text{C}$.
- (B) Die Aussage (B) ist falsch, da es weniger Regentage als Sonnentage sind.
- (C) Diese Aussage ist korrekt, da die Durchschnittstemperatur zwischen $7,5^{\circ}\text{C}$ und 9°C liegt.
- (D) Aussage (D) ist falsch, da die Durchschnittstemperatur größer als 8°C ist, jedoch die Sonne nur an 18 Tagen scheint.
- (E) Die Anzahl der Sonnentage ist größer als 17. Deshalb trifft Aussage (E) zu.

Es gibt noch viele weitere Lösungen.

b) Um diese maximale Anzahl der richtigen Aussagen zu finden, gehe ich zunächst davon aus, dass alle Aussagen richtig sind.

In diesem Fall wäre nach (A) die Durchschnittstemperatur mindestens $8,5^{\circ}\text{C}$. Dies ist wiederum größer als 8°C , sodass mit der Aussage (D) folgt, dass die Sonne an mindestens 20 Tagen scheint. Demnach gibt es höchstens 10 Regentage. Die Anzahl der Regentage ist damit kleiner als die Anzahl der Sonnentage. Dies steht im Widerspruch zur Aussage (B).

Demnach können die fünf Aussagen (A) bis (E) nicht gleichzeitig zutreffen, da bereits die Aussagen (A), (B) und (D) stets mindestens eine falsche Aussage enthalten.

Für vier richtige Aussage kann man verschiedene Beispiele finden.

So ist bei einer Durchschnittstemperatur von $8,8^{\circ}\text{C}$, 12 Sonnentagen und 18 Regentagen lediglich die Aussage (D) falsch und die Aussagen (A), (B), (C) und (E) treffen zu.

Bei der Bestimmung der maximalen Anzahl an falschen Aussagen geht man zunächst davon aus, dass alle Aussagen falsch sind.

Nach Aussage (A) ist die Durchschnittstemperatur dann kleiner als $8,5^{\circ}\text{C}$. Mit der Aussage (C) folgt damit, dass die Durchschnittstemperatur sogar kleiner als $7,5^{\circ}\text{C}$ sein muss, da sie nicht zwischen $7,5^{\circ}\text{C}$ und 9°C liegen darf. Die Durchschnittstemperatur ist somit nicht größer als 8°C . Das bedeutet jedoch, dass Aussage (D) wahr ist, da bei einer falschen Bedingung die Gesamtaussage einer Wenn-dann-Aussage zutrifft.

Demnach ist mindestens eine Vorhersage von (A) bis (E) wahr. Es können genau vier Aussagen falsch sein, beispielsweise wenn die Durchschnittstemperatur $7,2^\circ\text{C}$ beträgt, die Anzahl der Regentage 14 ist und die Anzahl der Sonnentage 16 beträgt (dann ist Aussage (D) wahr und die Aussagen (A), (B), (C) und (E) sind falsch).

c) Wie in Aufgabenteil b) gezeigt, können die Aussagen (A), (B) und (D) nicht gleichzeitig zutreffen. Demnach ist es unsinnig eine der Aussagen (C) oder (E) zu entfernen. Bei den anderen drei Aussagen lässt sich ein Beispiel finden, sodass die anderen Aussagen wahr sind:

Wenn Aussage (A) entfernt wird:

Durchschnittstemperatur $7,6^\circ\text{C}$, 12 Sonnentage, 18 Regentage

Wenn Aussage (B) entfernt wird:

Durchschnittstemperatur $8,6^\circ\text{C}$, 22 Sonnentage, 8 Regentage

Wenn Aussage (D) entfernt wird:

Durchschnittstemperatur $8,6^\circ\text{C}$, 12 Sonnentage, 18 Regentage

Zusatzmaterial:

Im Folgenden sind die Wahrheitswerte (wahr oder falsch) von verschiedenen Verknüpfungen zweier Aussagen A und B in Tabellenform dargestellt:

<i>A gilt</i>	A	
	wahr	falsch
<i>nicht</i>	falsch	wahr

<i>A oder B gilt</i>	A	
	wahr	falsch
B	wahr	wahr
	falsch	falsch

<i>A und B gelten</i>	A	
	wahr	falsch
B	wahr	falsch
	falsch	falsch

<i>Entweder A oder B gilt</i>	A	
	wahr	falsch
B	wahr	falsch
	falsch	wahr

<i>Wenn A gilt, dann gilt B</i>	A	
	wahr	falsch
B	wahr	wahr
	falsch	falsch

<i>Genau dann, wenn A gilt, gilt B</i>	A	
	wahr	falsch
B	wahr	falsch
	falsch	wahr