

Die LSGM - Aufgabe des Monats

Lösung des Monats *Januar 2010*:

a) Der Geburtsmonat von Bianca ist Januar. Da auf beiden Würfeln mindestens die Zahl Eins steht, muss die Augensumme mindestens zwei sein, sodass man den Monat Januar nicht erwürfeln kann.

Alle anderen Monate lassen sich erwürfeln, wie folgende Tabelle zeigt:

Januar	Februar	März	April	Mai	Juni
-	$1+1=2$	$1+2=3$	$1+3=4$	$1+4=5$	$1+5=6$
Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
$1+6=7$	$2+6=8$	$3+6=9$	$4+6=10$	$5+6=11$	$6+6=12$

Damit kommt nur der *Januar* für den Geburtsmonat von Bianca in Frage.

Alternativ zur Angabe einer Möglichkeit für die Augensumme eines jeden Monats ist auch folgende Argumentation möglich:

Der Wert Zwölf ist als Augensumme möglich, da $6 + 6 = 12$ ist. Nun kann man, solange nicht beide Würfel eine Eins anzeigen, die Augenzahl eines Würfels um eins verringern, da auf beiden Würfeln alle Zahlen von 1 bis 6 stehen. Dadurch verringert sich auch immer die Augensumme um eins, bis man schließlich bei der Augensumme Zwei ankommt. Damit ist gezeigt, dass man alle Zwischenwerte von 2 bis 12 als Augensumme erreichen kann und die restlichen Monate erwürfelt werden können.

b) Anton hat am *31.Tag* eines Monats Geburtstag.

Es soll nun gezeigt werden, dass kein anderer Monatstag möglich ist. Dazu zeigen wir zunächst, dass alle anderen Daten, also mit einem Monatstag kleiner 31, erreicht werden können:

Um den *Geburtsmonat* als Summe einer Würfelgruppe wegzunehmen, reichen nach Aufgabenteil a) zwei Würfel für die Monate Februar bis Dezember aus. Weiterhin kann man mit einem Würfel, da auf ihm die Zahlen von 1 bis 6 stehen, auch die Monate Januar bis Juni erreichen.

Demnach bleiben für den *Geburtstag* mindestens fünf Würfel übrig. Die maximale Augensumme, welche von diesen fünf Würfeln erreicht werden kann, ist 30. Es können jedoch auch alle kleineren Tage erreicht werden, da man mit einem Würfel die Zahlen von 1 bis 6 erreichen kann und mit jedem weiteren Würfel erhält man, wenn er die Zahl 6 anzeigt, auch die Zahlen: 7 bis 12, 13 bis 18, 19 bis 24 und 25 bis 30. Man wählt dann die entsprechende Anzahl an Würfeln mit einer Zahl 6 aus.

Den 31. Tag eines Monats kann man nur erwürfeln, wenn noch ein weiterer Würfel für den Geburtstag verfügbar ist. Dies trifft für Monate mit einer Monatszahl kleiner als 7 zu. Demnach kann Anton nur im *Juli*, *August*, *Oktober* oder *Dezember* Geburtstag haben.

c) Die Augensumme zweier gegenüberliegender Seiten eines Würfels ist stets 7. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass sowohl der Tag als auch der Monat des Geburtsdatums durch 7 teilbar sein müssen, um die Aufgabenstellung zu erfüllen. Durch eine genauere Betrachtung der nun noch möglichen Geburtsdaten bleiben nur noch zwei mögliche Geburtstage übrig:

Christiane kann am *7. Juli* oder *14. Juli* Geburtstag haben.

Ausführliche Herleitung (war nicht gefordert):

Die Summe zweier gegenüberliegender Zahlen eines Würfels ist stets 7. Damit ist die Augensumme der Zahlen der Oberseiten und Unterseiten einer Gruppe von Würfeln gleich der Anzahl der Würfel mal 7. Sollen die Augensummen der Oberseiten und Unterseiten gleich sein, so muss entsprechend auf beiden Seiten die Augensumme die Hälfte der Gesamtzahl ergeben. Da diese wieder ganzzahlig sein muss (sonst ist es keine Augensumme), muss die Anzahl der Würfel in der Gruppe gerade sein. Weiterhin ist die Augensumme auf beiden Seiten durch 7 teilbar, da die Teilung durch 2 an dieser nichts ändert.

Wenn also Tag und Monat durch 7 teilbar sein müssen, so kommt zunächst als Monat nur der Juli (Nummer 7) in Frage und für den Tag der 7., 14., 21. und 28. des Monats. Für den 21. und den 28. des Monats benötigt man Gruppen mit 6 beziehungsweise 8 Würfeln. Für die Zahl 7 des Monats benötigt man 2 Würfel. Da es nur insgesamt 7 Würfel sind, kommen also diese beiden Daten nicht in Frage.

Der 7.7. und der 14.7. können erwürfelt werden, zum Beispiel wenn die Würfel die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 und 1 zeigen, so kann man für den Monat die 1 und die 6 wegnehmen (Rückseiten 6 und 1). Bei dem Tag kann man entsprechend dann die 2 und die 5 (Rückseiten 5 und 2) oder die 2, 3, 4 und 5 (Rückseiten 5, 4, 3 und 2) wegnehmen.