

# Ähnlichkeit von Dreiecken

## Arbeitsmaterial für Klasse 8

Hans-Gert Gräbe, Leipzig

Zwei Dreiecke  $\triangle ABC$  und  $\triangle A'B'C'$  heißen *ähnlich*, wenn sie, grob gesprochen, „in ihrer Form, aber nicht notwendig in ihrer Größe übereinstimmen“.

Genauer: Die beiden Dreiecke heißen ähnlich, wenn man das Dreieck  $\triangle ABC$  durch eine Bewegung und eine nachfolgende Streckung in das andere Dreieck  $\triangle A'B'C'$  überführen kann. Da bei einer Streckung Geraden in parallele Geraden übergehen, muss die anfängliche Bewegung (also etwa eine Drehung) das Dreieck  $\triangle ABC$  in ein Dreieck  $\triangle A''B''C''$  überführen, dessen Seiten zu denen des Dreiecks  $\triangle A'B'C'$  jeweils parallel sind.

Zwei Dreiecke, in denen einander entsprechende Seiten zueinander parallel sind, heißen *in Ähnlichkeitslage liegend*. Es stellt sich heraus, dass man zwei solche Dreiecke stets durch eine Streckung ineinander überführen kann. Das Streckungszentrum findet man, indem man einander entsprechende Eckpunkte der beiden Dreiecke verbindet. Die drei so entstehenden Verbindungsgeraden gehen alle durch einen gemeinsamen Punkt (was man natürlich beweisen muss; das werde ich hier aber nicht tun).

Zwei Dreiecke sind insbesondere genau dann ähnlich, wenn sie in den drei Innenwinkelgrößen übereinstimmen. Da die Innenwinkelsumme im Dreieck  $180^\circ$  beträgt, genügt es zu zeigen, dass zwei der drei Innenwinkel dieselbe Größe haben. Die dritten Innenwinkel stimmen dann automatisch überein. Diesen Ähnlichkeitssatz bezeichnet man auch kurz als (ww).

Da ähnliche Dreiecke durch eine Bewegung und eine Streckung ineinander übergehen, unterscheiden sich die Längen von Original und Bild einer Strecke alle um denselben Faktor (den Streckungsfaktor)  $v$ . Es gilt also

$$\frac{|AB|}{|A'B'|} = \frac{|AC|}{|A'C'|} = \frac{|BC|}{|B'C'|} = v.$$

### Attribution Section

graebe (2004-09-03):

Dieses Material wurde vor einiger Zeit als Begleitmaterial für den LSGM-Korrespondenzzirkel in der Klasse 8 erstellt und nun nach den Regeln der KoSemNet-Literatursammlung aufbereitet.

---

This material belongs to the Public Domain KoSemNet data base. It can be freely used, distributed and modified, if properly attributed. Details are regulated by the *Creative Commons Attribution License*, see <http://creativecommons.org/licenses/by/2.0>.

For the KoSemNet project see <http://lsgm.uni-leipzig.de/KoSemNet>.