

Das Dirichletsche Schubfachprinzip

Arbeitsmaterial für Klasse 8

Hans-Gert Gräbe, Leipzig

Version vom 20. August 2024

Felix behauptet am ersten Tag im Ferienlager: „In unserer Gruppe gibt es unter den 15 Kindern zwei, die im selben Monat Geburtstag haben.“ Hat Felix recht?

Wie kann Felix so sicher sein, wo er doch die Kinder noch gar nicht kennt und demzufolge bestimmt auch nicht weiß, in welchem Monat jeder einzelne Geburtstag hat?

Felix' Überlegung ist denkbar einfach: Denke ich mir 12 Schubkästen, auf denen die verschiedenen Monatsnamen stehen, ließe die 15 Kinder ihre Namen auf kleine Zettel schreiben und jedes Kind dann seinen Zettel in das Fach legen, auf dem sein Geburtsmonat steht, dann liegen in einem der Kästen mehr als ein Zettel, denn es gibt mehr Kinder in der Gruppe als Monate im Jahr.

Auf eine solche Überlegung, die man das *Dirichletsche Schubfachprinzip* nennt, kann man manche Knobelaufgaben zurückführen. Dabei ist es egal, welcher Natur die Kästen und die verteilten Objekte sind und natürlich auch, ob sie wirklich verteilt worden sind oder (wie hier) man sich die Verteilung nur vorgestellt hat.

Zur Verdeutlichung spricht man deshalb oft von Kugeln und Kästen. In obiger Aufgabe haben wir die Aussage

Hat man mehr Kugeln zum Verteilen als Kästen, wo sie hineinkommen, so liegen nach dem Verteilen in wenigstens einem Kasten mehrere Kugeln.

verwendet.

Man kann genauer folgende Aussage treffen:

Hat man (wenigstens) $k \cdot n + 1$ Kugeln zum Verteilen auf n Kästen, wo sie hineinkommen, so liegen nach dem Verteilen in einem Kasten mindestens $k + 1$ Kugeln.

Aufgabe 1 Gibt es an Eurer Schule zwei Schüler, die am gleichen Tag Geburtstag haben?

Antwort: Da das Jahr höchstens 366 Tage hat, müssten an Deiner Schule also mindestens 367 Schüler sein, um die Frage mit „ja“ zu beantworten. Gibt es wenigstens $2 \cdot 366 + 1 = 733$ Schüler, so gibt es sogar einen „Kasten, in dem drei Schüler liegen“, wie man manchmal etwas salopp sagt.

This material belongs to the Public Domain KoSemNet data base. It can be freely used, distributed and modified, if properly attributed. Details are regulated by the *Creative Commons Attribution License*, see <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>.

For the KoSemNet project see <http://www.lsgm.de/KoSemNet>.

Aufgabe 2 Was kann man über ein fünfzünftiges Gymnasium mit durchschnittlich 28 Schülern pro Klasse aussagen?

Aufgabe 3 Gibt es in Deutschland 100 Menschen, die (keine Glatze haben und dennoch) alle gleich viele Haare auf dem Kopf haben?

Versuche, diese Fragen selbst zu beantworten!

Attribution Section

graebe (2004-09-03):

Dieses Material wurde vor einiger Zeit als Begleitmaterial für den LSGM-Korrespondenzzirkel in der Klasse 8 erstellt und nun nach den Regeln der KoSemNet-Literatursammlung aufbereitet.