



Jede Antwort muss begründet werden. Abgabe der Serie bis spätestens 15.10.2026 an ricky.geiges[at]web.de oder Ricky Geiges, Friedrich Ebert Straße 84, 04109 Leipzig.

Aufgabe 1 (Logische Verknüpfungen)

Seien A und B zwei jeweils wahre Aussagen und C eine falsche Aussage.

a) Untersuche, ob folgende logische Verknüpfungen wahr oder falsch sind.

i) $\neg(A \vee B) \wedge (B \vee \neg C)$

ii) $(A \vee B \vee C) \wedge \neg(C \wedge (\neg A \vee B))$

iii) $A \wedge \neg B \Rightarrow C \vee B$

(3 Punkte)

Mit D sei eine weitere Aussage gegeben.

b) Kann man eindeutig ermitteln, ob D wahr oder falsch ist, wenn man weiß, dass die Implikation $\neg(\neg D \vee B) \Rightarrow A \wedge C$ falsch ist? (2 Punkte)

Aufgabe 2 (Lügende Zwerge)

Ein fernes Zwergenland ist durch einen Fluss in zwei Hälften geteilt. Auf der einen Hälfte leben die W-Zwerge, die immer die Wahrheit sagen. Die L-Zwerge, die immer lügen, leben auf der anderen Hälfte. Tagsüber sind beide Zwerggruppen jedoch auf beiden Hälften aufzufinden. Nun besuchst du das Zwergenland, weißt aber nicht, auf welcher Hälfte du dich befindest. Mit welcher Frage an einen zufällig daherlaufenden Zwergen erhältst du diese Information? Du darfst nur genau eine Frage stellen.

(4 Punkte)

Aufgabe 3 (Wahrheit und Lüge)

Anna, Bernd, Christiane und Doro sind beste Freunde. Jeder von ihnen tätigt über die anderen genau eine Aussage:

- Anna: "Bernd sagt genau dann die Wahrheit, wenn Christiane lügt."
- Bernd: "Christiane und Doro sagen entweder beide die Wahrheit oder beide lügen."
- Christiane: Anna und Doro sagen unterschiedliche Wahrheiten.
- Doro: "Genau eine(r) von Anna und Bernd sagt die Wahrheit."

a) Übersetze die vier Aussagen in aussagenlogische Formeln.

(2 Punkte)

b) Bestimme alle möglichen Wahrheitskonstellationen

(5 Punkte)

Aufgabe 4 (Altersaufgabe)

In der Pause unterhalten sich fünf Mitarbeiter einer Firma und ihr Chef bei einem Frühstück über deren Alter.

Der Chef sagt: Das Durchschnittsalter von uns sechs beträgt 28 Jahre.

Die Buchhalterin sagt: Ich bin doppelt so alt wie der jüngste Bandmitarbeiter und 6 Jahre älter als der Maschinist.

Der eine Bandmitarbeiter sagt: Ich bin vier Jahre älter als Bandmitarbeiter Peter und so viele Jahre älter wie der jüngste Bandmitarbeiter, wie ich jünger als der Maschinist bin.

Peter sagt: Vorgestern habe ich meinen 20. Geburtstag gefeiert.

Wie alt ist der Chef?

(5 Punkte)

Aufgabe 5 (Implikationen)

In dieser Aufgabe untersuchen wir verschiedene Implikationen und Äquivalenzen auf Wahrheit.

a) Untersuche, welche der folgenden Implikationen für alle ganzen Zahlen x und y wahr sind und welche falsch. Begründe deine Entscheidung.

i) $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$

ii) $9|x \wedge 2|y \Rightarrow 6|xy$

iii) x ist durch y teilbar $\Rightarrow y$ ist nicht durch x teilbar

iv) $x > 5 \Rightarrow -x^2 > -25$

v) y ist eine Primzahl $\Rightarrow y^4 + 1$ ist keine Primzahl

(5 Punkte)

b) Welche Äquivalenzen sind richtig, welche falsch? Erkläre auch hier deine Entscheidung.
 x und y seien ganzzahlig.

i) $x^{|2y+1|} < 0 \Leftrightarrow x < 0$

ii) $7|x \wedge 4|y \Leftrightarrow 14|xy$

iii) x ist eine Quadratzahl $\Leftrightarrow x$ lässt bei Division durch 4 entweder den Rest 0 oder 1

iv) $x^y < x \Leftrightarrow y < 0$

(4 Punkte)