

Aufgabenserie 7

Liebe Schülerinnen und Schüler,

in diesem Brief erhaltet ihr die Musterlösung zur sechsten Serie sowie die Aufgaben der siebten Serie. Die Musterlösung zeigt einen *möglichen* Lösungsweg. Euer Weg kann genauso richtig sein, auch wenn er nicht exakt der Musterlösung entspricht.

Außerdem möchten wir euch an unser drittes Treffen am 25.04. erinnern. Bitte schreibt Martin in einer E-Mail an mwille04@gmx.de, ob ihr kommt. Wir treffen uns 9:55 Uhr bei den Computern im Neuen Augusteum der Uni Leipzig am Augustusplatz. Die Termine und Orte stehen auch auf der Website des Zirkels, <https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.26.6-K>.

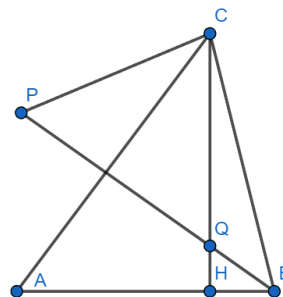
Aufgabe 1 - Höhe und Winkelhalbierende

Es sei ABC ein gleichschenkliges spitzwinkliges Dreieck mit der Basis \overline{AB} . Die Winkelhalbierende des Winkels $\angle CBA$ schneide die Senkrechte zu BC durch C im Punkt P und die Höhe \overline{CH} von Dreieck $\triangle ABC$ im Punkt Q .

Zeige, dass das Dreieck $\triangle PCQ$ gleichschenklige ist, wobei $\overline{PC} = \overline{QC}$ gilt.

Hinweis: Wann ist ein Dreieck gleichschenklige? Bestimme die Größen der Winkel $\angle BPC$ und $\angle CQP = \angle HQB$ in Abhängigkeit von $\alpha = \beta = \angle BAC = \angle CBA$.

Beachte, dass du beim Beweisen alle Voraussetzungen auch verwendest: \overline{CH} ist die Höhe, \overline{PB} ist die Winkelhalbierende, $\angle PCB = 90^\circ$ und $\overline{AC} = \overline{BC}$.



Aufgabe 2 - Zahlentheorie

- Finde alle ganzzahligen Lösungen des Gleichungssystems: $x^2 + x \cdot y = 24$ und $y^2 + x \cdot y = 12$.
- Gib alle Primzahlpaare an, deren Differenz 17 bzw. 19 beträgt.
- Was ist größer: 10^{20} oder $20! = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$?

Aufgabe 3 - Losbudenbesitzer André

Auf dem Jahrmarkt bietet Losbudenbesitzer André folgendes Spiel an:

Nach dem Einsatz von 1€ sollst du eine beliebige Zahl von 1 bis 6 zu deiner "Glückszahl" bestimmen. Anschließend darfst du mit zwei normalen Spielwürfeln einmal würfeln. Erscheint deine Glückszahl genau einmal, so bekommst du 2€ zurück, erscheint sie genau zweimal, so bekommst du 5€.

- a) Untersuche die Chancenverteilung bei diesem Spiel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau einmal deine Glückszahl erscheint? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal deine Glückszahl erscheint?
- b) Auf welches Ergebnis (Höhe des Gewinns oder Verlusts) kann sich André am Ende einer Geschäftswoche einstellen, wenn er 1.000 Spiele macht (und dabei 1.000€ Einsatz kassiert)?

Aufgabe 4 - Turmsummen

Beim Schachspiel dürfen die Türme auf den 64 Feldern des Schachbretts nur senkrecht oder waagrecht bewegt (gezogen) werden. Stehen zwei Türme in derselben Reihe, so kann der eine den anderen schlagen.

- a) Nummeriere die 64 Felder des Schachbretts fortlaufend von 1 bis 64 durch, wie in der Abbildung. Stelle anschließend 8 Türme so auf das Spielfeld, dass sie einander nicht schlagen können. Berechne nun die Summe aller Zahlen, die auf den von den Türmen besetzten Feldern stehen. Wie groß ist deine Summe?
- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, auf dem Schachbrett 8 Türme so aufzustellen, dass sie einander nicht schlagen können?
- c) Beweise, dass bei all diesen Möglichkeiten, die Türme ohne Schlagmöglichkeit auf dem Brett zu platzieren, die in Aufgabe a) ermittelte Summe stets dieselbe ist!

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Die Lösungen zu dieser Aufgabenserie ihr bitte (**im PDF-Format**) bis zum **16. Mai** an: **mwille04@gmx.de** oder, wenn euch das nicht möglich ist, per Post an:

Jasmin Radow
Schenkendorfstraße 62
04275 Leipzig

Falls ihr Fragen oder Fehler in den Aufgaben oder der Musterlösung gefunden habt, könnt ihr uns gern eine E-Mail an mwille04@gmx.de schreiben. Viel Spaß beim Knobeln!
Martin und Jasmin