

## Aufgabenserie 2

Liebe Schülerinnen und Schüler,

in diesem Brief erhaltet ihr die Musterlösung zur vierten Serie sowie die Aufgaben der fünften Serie. Die Musterlösung zeigt einen *möglichen* Lösungsweg. Euer Weg kann genauso richtig sein, auch wenn er nicht exakt der Musterlösung entspricht.

Außerdem möchten wir euch an unser drittes Treffen am 25. April erinnern. Bitte schreibt Martin in einer E-Mail an [mwille04@gmx.de](mailto:mwille04@gmx.de), ob ihr kommt. Wir treffen uns 9:55 Uhr bei den Computern im Neuen Augusteum der Uni Leipzig am Augustusplatz. Die Termine und Orte stehen auch auf der Website des Zirkels, <https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.26.6-K>.

### Aufgabe 1 - Verwinkelt

Doris Dreieck hat sich im Mathematik-Unterricht ganz besondere Geometrie-Dreiecke gebastelt. Diese haben jeweils einen rechten Winkel, sind aber nicht gleichschenkelig; stattdessen hat das erste Dreieck die zusätzlichen Winkel  $\alpha = 30^\circ$  und  $\beta = 60^\circ$ , das zweite hingegen  $\alpha = 20^\circ$  und  $\beta = 70^\circ$ .

Man konstruiere (und gebe eine entsprechende Konstruktionsanleitung an) mit Hilfe dieser Dreiecke die folgenden Winkelgrößen:  $10^\circ$ ,  $50^\circ$ ,  $100^\circ$ ,  $130^\circ$ ,  $210^\circ$ . Gib für den Fall  $130^\circ$  noch eine zweite Konstruktionsmöglichkeit an!

### Aufgabe 2 - Kuchenproblem

Stellen wir uns einen (zweidimensionalen) kreisförmigen Kuchen vor. Mit einem geraden Schnitt können wir diesen in zwei Teile zerlegen. Mit zwei geraden Schnitten können wir ihn bereits in vier Teile zerlegen.

- In wie viele Teile können 3, 4, 5 ... gerade Schnitte den Kuchen *höchstens* zerlegen? Finde ein Gesetz für  $n$  Schnitte!
- Betrachten wir jetzt stattdessen einen dreidimensionalen Kuchen (also in Form eines Zylinders). In wie viele Teile kann man diesen mit 3 geraden Schnitten zerlegen?

### Aufgabe 3 - Stapelspiel

Lukas und Anna spielen ein Strategiespiel, das aus gestapelten Steinen besteht. Zu Spielbeginn gibt es  $2n$  Stapel, wobei  $n$  eine natürliche Zahl größer gleich 1 ist; auf jedem Stapel befindet sich dabei zunächst genau ein Stein. Lukas beginnt das Spiel, danach wechseln sich beide ab. Ein Spielzug besteht daraus, alle Steine eines Stapels zu nehmen und auf einen anderen Stapel zu legen. Der Stapel, der dabei geleert wird, ist danach aus dem Spiel. Das Spiel endet, sobald nur noch zwei Stapel übrig sind. Liegen auf diesen Stapeln je eine gerade Anzahl an Steinen, so hat Lukas gewonnen, liegen auf ihnen jedoch jeweils ungerade Anzahlen, so gewinnt Anna.

- Angenommen, beide spielen optimal (also spielen immer den bestmöglichen Zug). Welcher Spieler gewinnt dann *immer*? (Tipp: Für diesen Teil der Frage musst du dir das Spiel noch nicht für allgemeine  $n$  anschauen. Überprüfe lieber, was für  $n = 1, 2, 3$  passiert.)
- Gib eine Strategie an, mit der der in der ersten Teilaufgabe bestimmte Spieler *immer* gewinnt, und zeige, dass diese Strategie unabhängig von den Zügen des anderen Spielers zum Sieg führt. (Tipp: Ansätze für festgelegte, kleine  $n$  stellen hier nur eine Teillösung dar. Für die volle Punktzahl muss hier der allgemeine Fall betrachtet werden.)

Idee: MathsBeyondLimits (MBL)

### Aufgabe 4 - Quader

Ein Quader ist ein Körper mit 8 Ecken, der von sechs Rechtecken begrenzt ist, oben, unten, rechts, links, vorn und hinten. Je zwei gegenüberliegende Rechtecke sind kongruent und parallel. Ein Quader hat 12 Kanten, je 4 sind parallel und gleich lang.

Ein Quader besitze eine Oberfläche von  $286\text{cm}^2$ . Zwei seiner Seitenflächen haben eine Fläche von  $63\text{cm}^2$  bzw.  $35\text{cm}^2$ . Welches Volumen hat der Quader? Wie lang sind seine Kanten?

**Hinweis:** Wenn  $a, b$  und  $c$  die drei verschiedenen Kantenlängen eines Quaders sind, also die drei Längen von Kanten, die von einer gemeinsamen Ecke ausgehen, so ist das Volumen des Quaders  $V = a \cdot b \cdot c$ , das Produkt seiner Kantenlängen. Ein Rechteck mit den Seitenlängen  $a$  und  $b$  hat die Fläche  $F = a \cdot b$ .

Die Lösungen zu dieser Aufgabenserie sendet ihr bitte (**im PDF-Format**) bis zum **14. März** an: **mwille04@gmx.de** oder, wenn euch das nicht möglich ist, per Post an:

Jasmin Radow  
Schenkendorfstraße 62  
04275 Leipzig

Falls ihr Fragen oder Fehler in den Aufgaben oder der Musterlösung gefunden habt, könnt ihr uns gern eine E-Mail an [mwille04@gmx.de](mailto:mwille04@gmx.de) schreiben. Viel Spaß beim Knobeln!  
Martin und Jasmin