



## Korrespondenzzirkel Klasse 8. Schuljahr 2024/25

### Serie 7

#### Aufgabe 1

(6 Punkte)

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung auf graphischem Wege.

$$\left\lfloor \frac{3x + 10}{6} \right\rfloor = \frac{5x + 3}{7}$$

Dabei bezeichnet  $\lfloor u \rfloor$  wieder den ganzzahligen Teil von  $u$ .

*Hinweis:* Sieh dir die Musterlösung der ersten Aufgabe der 6. Serie noch einmal genauer an. Zeichne die beiden linearen Funktionen  $f_1(x) = \frac{3x+10}{6}$  und  $f_2(x) = \frac{5x+3}{7}$  in ein gemeinsames Koordinatensystem. Überlege dir, wie aus  $f_1$  der Graph der Funktion  $f_3(x) = \lfloor f_1(x) \rfloor$  gewonnen werden kann. Analysiere das Schnittverhalten der Graphen von  $f_2$  und  $f_3$  genauer.

#### Aufgabe 2

(6 Punkte)

Sei  $ABCD$  ein Trapez mit  $AB \parallel CD$  und  $AC \perp BD$ . Beweise, dass dann stets

$$|AC|^2 + |BD|^2 = (|AB| + |CD|)^2$$

gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

*Hinweis:* Versuche, einen Hilfspunkt und Hilfslinien so einzuführen, dass ein für den Beweis günstiges rechtwinkliges Dreieck entsteht.

#### Aufgabe 3

(6 Punkte)

Addiere drei aufeinander folgende zweistellige natürliche Zahlen. Multipliziere danach das Ergebnis mit 67.

- Was kannst du über die Struktur des Ergebnisses aussagen?
- Formuliere deine Beobachtung als allgemeine Vermutung.
- Beweise deine Aussage b).

#### Aufgabe 4

(6 Punkte)

Beweise folgende Sätze:

- a) Wenn  $a, b > 0$  und  $a + b = 1$  ist, dann gilt  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ .
- b) Wenn  $a, b, c > 0$  und  $a + b + c = 1$  ist, dann gilt  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ .

Unter welchen Bedingungen gilt das Gleichheitszeichen?

*Hinweis:* Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Klasse 8“ den Abschnitt 4.1. über *einige wichtige Ungleichungen*. Genauere Ausführungen und weitere Beispiele findest du auch im Arbeitsblatt „Einige wichtige Ungleichungen“ auf unserer Zirkelseite.

#### Aufgabe 5

(6 Punkte)

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen (in Abhängigkeit vom rationalen Parameter  $p \neq 0$ )

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{\frac{x}{p}} \geq 0.$$

- a) Bestimme die Lösungsmenge zunächst für die Spezialfälle  $p = 2$  und  $p = -2$ .
- b) Bestimme die Lösungsmenge im allgemeinen Fall.

*Hinweis:* Unterscheide die Fälle  $p > 0$  und  $p < 0$ .

---

Eure Lösungen schickt bitte **bis zum 30. April 2025** entweder per Post an

**Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig**

oder als pdf-Datei an [hgg@hg-graebe.de](mailto:hgg@hg-graebe.de).

Die Arbeitsmaterialien (und auch die Aufgaben) sind auf der Webseite

<https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.25.8-K>

zu finden.

Ich wünsche viel Spaß bei der Arbeit an den Aufgaben der siebenten Serie!

Hans-Gert Gräbe