



Korrespondenzzirkel Klasse 8. Schuljahr 2024/25

Serie 7

Aufgabe 1

(6 Punkte)

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung auf graphischem Wege.

$$\left\lfloor \frac{3x + 10}{6} \right\rfloor = \frac{5x + 3}{7}$$

Dabei bezeichnet $\lfloor u \rfloor$ wieder den ganzzahligen Teil von u .

Hinweis: Sieh dir die Musterlösung der ersten Aufgabe der 6. Serie noch einmal genauer an. Zeichne die beiden linearen Funktionen $f_1(x) = \frac{3x+10}{6}$ und $f_2(x) = \frac{5x+3}{7}$ in ein gemeinsames Koordinatensystem. Überlege dir, wie aus f_1 der Graph der Funktion $f_3(x) = \lfloor f_1(x) \rfloor$ gewonnen werden kann. Analysiere das Schnittverhalten der Graphen von f_2 und f_3 genauer.

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Sei $ABCD$ ein Trapez mit $AB \parallel CD$ und $AC \perp BD$. Beweise, dass dann stets

$$|AC|^2 + |BD|^2 = (|AB| + |CD|)^2$$

gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

Hinweis: Versuche, einen Hilfspunkt und Hilfslinien so einzuführen, dass ein für den Beweis günstiges rechtwinkliges Dreieck entsteht.

Aufgabe 3

(6 Punkte)

Addiere drei aufeinander folgende zweistellige natürliche Zahlen. Multipliziere danach das Ergebnis mit 67.

- Was kannst du über die Struktur des Ergebnisses aussagen?
- Formuliere deine Beobachtung als allgemeine Vermutung.
- Beweise deine Aussage b).

Aufgabe 4

(6 Punkte)

Beweise folgende Sätze:

- a) Wenn $a, b > 0$ und $a + b = 1$ ist, dann gilt $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.
- b) Wenn $a, b, c > 0$ und $a + b + c = 1$ ist, dann gilt $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$.

Unter welchen Bedingungen gilt das Gleichheitszeichen?

Hinweis: Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Klasse 8“ den Abschnitt 4.1. über *einige wichtige Ungleichungen*. Genauere Ausführungen und weitere Beispiele findest du auch im Arbeitsblatt „Einige wichtige Ungleichungen“ auf unserer Zirkelseite.

Aufgabe 5

(6 Punkte)

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen (in Abhängigkeit vom rationalen Parameter $p \neq 0$)

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{\frac{x}{p}} \geq 0.$$

- a) Bestimme die Lösungsmenge zunächst für die Spezialfälle $p = 2$ und $p = -2$.
- b) Bestimme die Lösungsmenge im allgemeinen Fall.

Hinweis: Unterscheide die Fälle $p > 0$ und $p < 0$.

Eure Lösungen schickt bitte **bis zum 30. April 2025** entweder per Post an

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig

oder als pdf-Datei an hgg@hg-graebe.de.

Die Arbeitsmaterialien (und auch die Aufgaben) sind auf der Webseite

<https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.25.8-K>

zu finden.

Ich wünsche viel Spaß bei der Arbeit an den Aufgaben der siebenten Serie!

Hans-Gert Gräbe