



Korrespondenzzirkel Klasse 8. Schuljahr 2024/25

Serie 1

Aufgabe 1

(6 Punkte)

a) Beweise, dass es unter 50 ganzen Zahlen stets mindestens zwei gibt, deren Differenz durch 49 teilbar ist. (2 Punkte)

b) Eine Schießscheibe habe die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 16 cm. Nach einem Wettkampf weist die Scheibe 17 Einschusslöcher auf.

Zeige, dass es unter diesen 17 Einschusslöchern mindestens zwei gibt, deren Abstand kleiner als 4 cm ist. (4 Punkte)

Zusatzfrage: Gilt die Aussage auch noch für 16 Einschusslöcher?

Hinweis: Lies dazu das Arbeitsblatt „Das Dirichletsche Schubfachprinzip“ sowie im „Arbeitsmaterial Klasse 8“ den Abschnitt 1.1. *Das Dirichletsche Schubfachprinzip* und löse die Aufgabe mit Hilfe dieses Prinzips.

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Beweise, dass für alle Tripel (a, b, c) positiver reeller Zahlen mit $abc = 1$ stets die Ungleichung

$$(1 + a)(1 + b)(1 + c) \geq 8$$

erfüllt ist. (4 Punkte)

Wann gilt Gleichheit? (2 Punkte)

Hinweis: Lies dazu im „Arbeitsmaterial Klasse 8“ den Abschnitt 4.1. und wiederhole im „Arbeitsmaterial Klasse 7“ den Abschnitt 4.3. sowie die Regeln (1), (2.2.1), (2.2), (2.1). Beachte den Unterschied in der Argumentationsrichtung zwischen Lösungsfindung und Lösungsdarstellung, wie im „Arbeitsmaterial Klasse 7“ S. 21 dargestellt.

Aufgabe 3

(6 Punkte)

Beweise folgenden Satz:

Eine Primzahl lässt bei Division durch 24 einen Rest, der entweder gleich 1 oder eine Primzahl ist.

Hinweis: Nützlich sind die Regeln (1), (2.1), (2.2) im Abschnitt *Regeln zum Lösen zahlentheoretischer Beweisaufgaben* im „Arbeitsmaterial Klasse 7“.

Aufgabe 4

(6 Punkte)

Gegeben sei ein regelmäßiges Fünfeck $ABCDE$ mit einer beliebigen Diagonalen.

Beweise, dass diese Diagonale zu einer der Seiten des Fünfecks parallel ist.

Hinweis: Ein Fünfeck heißt genau dann regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Winkel gleich groß sind.

Nützlich sind die Abschnitte II (Winkel), IVa (Gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke) und V (Vierecke) im Teil *Einige grundlegende planimetrische Sätze* im „Arbeitsmaterial Klasse 7“.

Aufgabe 5

(6 Punkte)

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen:

$$\text{a) } \frac{6x-6}{4x^2-9} - \frac{5}{4x+6} = \frac{2}{6x-9} \quad (3 \text{ P.})$$

$$\text{b) } \frac{2x}{1+5x} - 2 > \frac{3}{1+5x} \quad (3 \text{ P.})$$

Hinweis: Lies dazu im „Arbeitsmaterial Klasse 8“ den Abschnitt 4.3. *Zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen* und schaue dir vor allem das Beispiel am Ende des Abschnitts an.

Wiederhole im „Arbeitsmaterial Klasse 7“ den Abschnitt 4.2. *Regeln für das äquivalente Umformen* und im Abschnitt 4.3. *Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen* vor allem die Faktorzerlegung von Termen sowie die Regeln (2.1) und (3.2). Zerlege in Aufgabe a) zunächst die Teilnenner in Faktoren und ermittle den Hauptnenner.

Eure Lösungen schickt bitte **bis zum 20. September 2024** entweder per Post an

Prof. Dr. Hans-Gert Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig

oder als pdf-Datei an hgg@hg-graebe.de.

Bitte beachtet auch das Anschreiben sowie die Webseite

<https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.25.8-K>

Das **erste Arbeitstreffen** findet am **26.10.2024** 10–12 Uhr statt. Wir treffen uns um 9:30 Uhr im Innenhof des Campus Augustusplatz der Uni Leipzig am Leibnizdenkmal und gehen dann gemeinsam in den Seminarraum.

Bitte teile mir vorab mit (gern auch per E-Mail), ob du am Arbeitstreffen teilnehmen wirst.

Ich wünsche euch viel Spaß bei der Arbeit an den Aufgaben der ersten Serie!

Hans-Gert Gräbe