

# KORRESPONDENZKREIS MATHEMATIK

Aufgaben

Klasse 7

2024/25

Serie 5

## Aufgabe 1

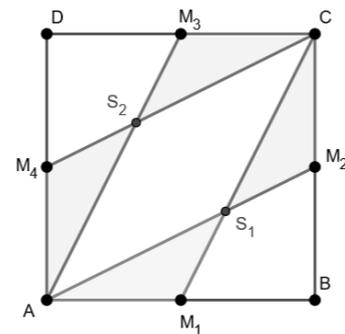
a) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 7 lässt  $a$  den Rest 5 und  $b$  lässt den Rest 3. Welchen Rest lässt dann die Summe der Quadrate dieser Zahlen bei Division durch 7? (3 Punkte)

b) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 24 lässt  $a$  den Rest 7 und  $b$  lässt den Rest 5. Durch welche natürlichen Zahlen ist dann  $a^2 - b^2$  stets teilbar? (3 Punkte)

[Verwende das Rechnen mit Kongruenzen als Hilfsmittel. Hinweis: Bei Teilaufgabe b) gibt es acht Lösungen.]

## Aufgabe 2 (58. Mathematik-Olympiade, 3. Stufe)

Gegeben ist ein Quadrat  $ABCD$  mit der Seitenlänge  $a$ . Mit  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  und  $M_4$  werden in dieser Reihenfolge die Mittelpunkte der Seiten  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  und  $\overline{AD}$  bezeichnet (siehe Abbildung). Der Schnittpunkt der Geraden  $AM_2$  und  $CM_1$  wird mit  $S_1$  bezeichnet. Der Schnittpunkt der Geraden  $AM_3$  und  $CM_4$  wird mit  $S_2$  bezeichnet.



a) Ermittle den Flächeninhalt des Parallelogramms  $AM_2CM_4$ . (3 Punkte)

b) Zeige, dass die Summe der Flächeninhalte der grauen Dreiecke  $AM_1S_1$ ,  $CS_1M_2$ ,  $CM_3S_2$  und  $AS_2M_4$  unter diesen Voraussetzungen genau  $\frac{1}{3} \cdot a^2$  beträgt. (3 Punkte)

## Aufgabe 3

Es seien  $x$  und  $y$  zwei rationale Zahlen. Verkleinert man  $x$  AUF 75%, dann erhält man 225. Vergrößert man  $y$  UM 20%, dann erhält man ebenfalls 225.

a) Zeige, dass  $x = 300$  und  $y = 187,5$  gilt.

b) Wie viel Prozent beträgt  $y$  von  $x$ ?

c) Um wie viel Prozent muss man  $y$  vergrößern, so dass  $x = y$  gilt?

d) Auf wie viel Prozent muss man  $x$  verkleinern, so dass  $x + y = 225$  gilt? (6 Punkte)

## Aufgabe 4

Ermittle alle Tripel  $(x; y; z)$  aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Die Summe der drei Zahlen beträgt 945.

(2) Ein Sechstel der Zahl  $x$  ist gleich einem Siebentel der Zahl  $y$  und auch gleich einem Achtel der Zahl  $z$ .

(6 Punkte)

### **Aufgabe 5**

a) Die Zwillinge Sebastian und Kathrin und ihre Eltern sind jetzt zusammen 100 Jahre alt. Als die Zwillinge geboren wurden, waren ihr Vater 27 Jahre und ihre Mutter 25 Jahre alt. Wie alt sind die Familienmitglieder jetzt? (3 Punkte)

b) Ein Mann geht Äpfel pflücken. Um mit seiner Ernte in die Stadt zu kommen, muss er 7 Tore passieren. An jedem Tor steht ein Wächter und verlangt von ihm die Hälfte seiner Äpfel und einen Apfel mehr. Am Schluss bleibt dem Mann nur ein Apfel übrig. Wie viele hatte er am Anfang? (3 Punkte)

---

### **Erinnerung**

Das dritte Präsenztreffen findet am Samstag, den 12.04.2025, von zehn bis zwölf Uhr statt. Wir treffen uns 9:50 Uhr vor den Fahrstühlen im Eingangsbereich des Neuen Augusteums (Universitätsstraße 3; 04109 Leipzig; direkt neben dem Paulinum), um dann gemeinsam zum Seminarraum zu gehen.

Das vierte Präsentreffen wird am Samstag, den 24.05.2025, ebenfalls von zehn bis zwölf Uhr stattfinden.

### **Bemerkungen**

Ihr erhaltet nun auch Beispiellösungen für die vierte Aufgabenserie. Damit könnt ihr eure eigenen Lösungen vergleichen oder Inspirationen für die folgenden Aufgabenserien sammeln. Die Beispiellösungen dienen nur als Orientierung. Es gibt also auch andere Lösungsmöglichkeiten, die richtig wären und nicht dargestellt sind. Wenn ihr eine andere Idee hattet, die nicht in den Beispiellösungen ist, heißt es nicht, dass diese falsch war.

Zudem solltet ihr bereits die Korrektur der vierten Aufgabenserie (falls ihr diese abgegeben habt) erhalten haben. Wenn ihr die vierte Serie an mich gesendet habt und noch keine Rückmeldung erhalten habt, meldet euch gern bei mir.

---

Ich wünsche dir viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

### **Letzter Einsendetermin: Freitag, der 28.03.2025**

Die Lösungen bitte senden an: Franziska Wolf, Rilkestraße 98, 04416 Markkleeberg  
oder: [franziska.wolf03@gmail.com](mailto:franziska.wolf03@gmail.com)

Bei Fragen gern per E-Mail an mich wenden: [franziska.wolf03@gmail.com](mailto:franziska.wolf03@gmail.com)