

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Aufgaben

Klasse 7

2024/25

Serie 4

Aufgabe 1

a) Begründe, welche der folgenden drei Kongruenzaussagen wahr und welche falsch sind. Nutze gern deine Aufzeichnungen des ersten Präsenztreffens.

- 1) $2.106 \equiv 5.670 \pmod{198}$
- 2) $119.621 \equiv 45.103 \pmod{1.007}$
- 3) $917.226 \equiv 426.113 \pmod{764}$ (3 Punkte)

b) Ermittle die letzte Ziffer des folgenden Produkts:

$$z = 5.197.915^{1.995} \cdot 73.219^{221} \cdot 54.237^{27}$$

Die Modulo-Rechnung kann hier sehr hilfreich sein. Das Verwenden eines Taschenrechners für die Begründungen ist nicht zugelassen. (3 Punkte)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen)]

Aufgabe 2 (56. Mathematik-Olympiade, 3. Stufe)

a) Beweise: Wenn sich in einem Viereck ABCD die Winkelhalbierenden der vier Innenwinkel des Vierecks ABCD in einem Punkt S im Inneren des Vierecks schneiden, dann ergänzen sich die Winkel $\sphericalangle ASB$ und $\sphericalangle CSD$ zu 180° . (4 Punkte)

b) Überprüfe, ob auch die folgende Umkehrung gilt: Wenn S ein Punkt im Inneren eines Vierecks ABCD derart ist, dass sich die Winkel $\sphericalangle ASB$ und $\sphericalangle CSD$ zu 180° ergänzen, dann sind die Geraden AS, BS, CS und DS die vier Winkelhalbierenden im Viereck ABCD. (3 Punkte)

Aufgabe 3

Aus vier **verschiedenen** Ziffern a, b, c, d (alle ungleich 0) werden die größte und die kleinste vierstellige Zahl gebildet. Als Summe dieser beiden Zahlen erhält man die Zahl $\overline{eef20}$, wobei e und f untereinander verschiedene Ziffern darstellen, die ebenfalls von den Ziffern a, b, c, d verschieden sind. Die Ziffern a, b, c, d, e und f sind also alle verschieden.

Zu ermitteln sind alle Ziffern a, b, c, d, die diese Bedingungen erfüllen. Gib auch e und f an. (6 Punkte)

[Es ist auch zu zeigen, dass es nicht mehr als die von dir gefundenen Lösungen gibt und dass die gefundenen Lösungen tatsächlich die Bedingungen erfüllen.]

Aufgabe 4

Ein Zug fährt genau 15 Minuten später von einem Bahnhof B ab, als es der Fahrplan vorsieht. Deshalb fährt er mit 120% der auf dieser Strecke üblichen Durchschnittsgeschwindigkeit so lange, bis er den Rückstand aufgeholt hat.

Nach wie viel Minuten (gerechnet von der tatsächlichen Abfahrtszeit des Zuges an) ist dies der Fall? (6 Punkte)

Aufgabe 5 (48. Mathematik-Olympiade, 3. Stufe)

Professor Knobelfix tritt mit seinem Enkel Fritz vor das große Affengehege im Zoo. Dort trifft er seinen Freund Mathefix und fragt ihn: „Wie viele Affen sind es denn?“. Mathefix antwortet: „Das Quadrat aus dem Achtel der Anzahl der Affen tobt auf dem Boden herum. Die restlichen 12 Affen schlafen noch auf den Bäumen.“

„Mehr als 60 Affen können es dann nicht sein“, meint Professor Knobelfix.

„Dann weiß ich, wie viele Affen es sind“, antwortet Fritz.

„Das kannst du gar nicht wissen“, erwidert daraufhin sein Großvater.

a) Hat Professor Knobelfix Recht, wenn er meint, dass Fritz die Anzahl der Affen allein aus diesen Angaben nicht ermitteln kann? (3 Punkte)

b) Begründe, warum es nicht mehr als 60 Affen sein können. (2 Punkte)

Erinnerung

Das zweite Präsenztreffen findet am Samstag, den 18.01.2025, von zehn bis zwölf Uhr statt. Wir treffen uns 9:50 Uhr vor den Fahrstühlen im Eingangsbereich des Neuen Augusteums (Universitätsstraße 3; 04109 Leipzig; direkt neben dem Paulinum), um dann gemeinsam zum Seminarraum zu gehen.

Bemerkungen

Ihr erhaltet nun auch Beispiellösungen für die dritte Aufgabenserie. Damit könnt ihr eure eigenen Lösungen vergleichen oder Inspirationen für die folgenden Aufgabenserien sammeln. Die Beispiellösungen dienen nur als Orientierung. Es gibt also auch andere Lösungsmöglichkeiten, die richtig wären und nicht dargestellt sind. Wenn ihr eine andere Idee hattet, die nicht in den Beispiellösungen ist, heißt es nicht, dass diese falsch war.

Zudem erhaltet ihr mit diesem Brief die Korrektur der dritten Aufgabenserie (falls ihr diese abgegeben habt). Wenn ihr die dritte Serie an mich gesendet habt und keine Rückmeldung erhaltet, meldet euch gern bei mir – vielleicht ist der Brief dann nicht angekommen.

Ich wünsche dir viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

Und einen guten Start ins neue Jahr 2025.

Letzter Einsendetermin: Freitag, der 07.02.2025

Die Lösungen bitte senden an: Franziska Wolf, Rilkestraße 98, 04416 Markkleeberg
oder: franziska.wolf03@gmail.com

Bei Fragen gern per E-Mail an mich wenden: franziska.wolf03@gmail.com