

# KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

A u f g a b e n

Klasse 7

2023/24

Serie 7

---

## Aufgabe 1

Seien  $p$  und  $(2p + 1)$  Primzahlen und es gelte  $p > 3$ . Es ist zu beweisen, dass dann stets  $(4p + 1)$  keine Primzahl ist. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

[Wiederhole dazu in „Regeln“ auf S. 11 die Regeln (1) und (5).] (6 Punkte)

## Aufgabe 2 (56. Mathematik-Olympiade, 3. Stufe)

Großvater Hermann hatte seinen drei Enkelkindern einen Korb mit Nüssen mitgebracht, die sie gerecht untereinander aufteilen sollten. Miriam nahm sich als Erste ihren Anteil. Sie entnahm dem Korb ein Drittel der Nüsse. Tim, der nicht wusste, dass sich Miriam ihren Anteil schon genommen hatte, nahm von den verbliebenen Nüssen auch ein Drittel. Evelyn, die ebenfalls nicht wusste, dass sich Miriam und Tim schon jeweils ihre Nüsse genommen hatten, nahm als Letzte von den verbliebenen Nüssen wieder ein Drittel. Nun waren noch 16 Nüsse im Korb.

- Ermittle die Anzahl der Nüsse, die sich jeder der drei Enkel genommen hat. (4 Punkte)
- Ermittle, wie die restlichen Nüsse noch verteilt werden müssten, damit schließlich jeder die gleiche Anzahl an Nüssen bekommt. (2 Punkte)

## Aufgabe 3

Seien  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BE}$  und  $\overline{CF}$  die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks  $ABC$ , die einander im Punkt  $S$  schneiden, und sei  $M$  der Schnittpunkt von  $\overline{DF}$  und  $\overline{BE}$ .

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen stets gilt:

- $M$  halbiert  $\overline{DF}$  und  $\overline{BE}$ . (3 Punkte)
- Die Dreiecke  $FBS$  und  $DSB$  sind inhaltsgleich. (3 Punkte)

[Wiederhole in „Sätze“ im Abschnitt IV (Dreiecke) die Sätze S6) und Z7) sowie in Abschnitt V (Vierecke) den Satz Z3).]

## Aufgabe 4

Vier Lastkraftwagen A, B, C und D befahren dieselbe Strecke. Fährt A mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 56 km/h und B mit 40 km/h, dann benötigt A genau 2 Stunden weniger als B für diese Strecke.

- Wie lang muss die Fahrtstrecke sein, damit dies gilt? (3 Punkte)
- Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit müsste C fahren, wenn D genau 4 Stunden eher als C abfahren, durchschnittlich mit 35 km/h fahren und gleichzeitig mit C am gemeinsamen Ziel ankommen soll? (3 Punkte)

### **Aufgabe 5 (57. Mathematik-Olympiade, 3. Stufe)**

Anna, Celina und vier weitere Schülerinnen verabreden sich zum Eisessen. Im Eiscafé wollen sie an einem runden Tisch mit sechs Stühlen Platz nehmen.

- a) Ermittle die Anzahl an verschiedenen Reihenfolgen, in denen die sechs Schülerinnen nacheinander das Eiscafé betreten können. (2 Punkte)
- b) Zwei Sitzordnungen werden genau dann als gleich angesehen, wenn jede Schülerin die jeweils gleiche rechte Nachbarin hat.  
Ermittle die Anzahl der verschiedenen Sitzordnungen. (2 Punkte)
- c) Nun werden zwei Sitzordnungen genau dann als gleich angesehen, wenn jede Schülerin die gleichen zwei Nachbarinnen hat und dabei egal ist, wer von diesen die rechte Nachbarin ist.  
Ermittle die Anzahl der verschiedenen Sitzordnungen, wenn Anna nicht neben Celina sitzen möchte. (2 Punkte)
- 

### **Erinnerung**

Das vierte Präsenztreffen findet am Samstag, den 25.05.2024, von zehn bis zwölf Uhr statt. Wir treffen uns 9:45 Uhr am Leibniz-Denkmal im Innenhof des Campus der Universität Leipzig, um dann gemeinsam zum Seminarraum zu gehen.

### **Bemerkungen**

Ihr erhaltet nun auch Beispiellösungen für die sechste Aufgabenserie. Damit könnt ihr eure eigenen Lösungen vergleichen oder Inspirationen für die folgenden Aufgabenserien sammeln. Die Beispiellösungen dienen nur als Orientierung. Es gibt also auch andere Lösungsmöglichkeiten, die richtig wären und nicht dargestellt sind. Wenn ihr eine andere Idee hattet, die nicht in den Beispiellösungen ist, heißt es nicht, dass diese falsch war.

Zudem erhaltet ihr mit diesem Brief die Korrektur der sechsten Aufgabenserie (falls ihr diese abgegeben habt). Wenn ihr die sechste Serie an mich gesendet habt und keine Rückmeldung erhaltet, meldet euch gern bei mir – vielleicht ist der Brief dann nicht angekommen.

---

Dies ist nun der letzte Aufgabenzettel in diesem Schuljahr. Ich wünsche dir viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

Und dann natürlich schöne, erholsame und erlebnisreiche Sommerferien.

### **Letzter Einsendetermin: Mittwoch, der 19.06.2024**

Die Lösungen bitte senden an: Franziska Wolf  
Rilkestraße 98  
04416 Markkleeberg

Bei Fragen gern per E-Mail an mich wenden: [franziska.wolf03@gmail.com](mailto:franziska.wolf03@gmail.com)