

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

2022/23

Serie 1

1) Beweise mit Hilfe des Dirichletschen Schubfachprinzips, dass von den durch 7 teilbaren ganzen Zahlen im Bereich $1000 \leq x \leq 1100$ nicht 9 voneinander verschiedene Zahlen ausgewählt werden können, die alle gerade sind. (6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.1 (Das Dirichletsche Schubfachprinzip)].

2) Setzt man zwischen die zweite und dritte Ziffer einer vierstelligen natürlichen Zahl das Multiplikationszeichen, dann erhält man ein Produkt aus zwei Faktoren.

Ermittle alle vierstelligen Zahlen, die doppelt so groß sind wie das auf obige Weise gebildete Produkt. (6 P)

[Wiederhole im Arbeitsmaterial für Klasse 7 den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben)]

3) Max arbeitet zur Vorbereitung auf die Mathematik-Olympiade eine Anzahl Aufgaben durch. Seinem Freund Moritz, der ihn fragt, wie viele von diesen Aufgaben er bereits gelöst habe und wie viele noch nicht, antwortet er:

„Die Anzahl der gelösten Aufgaben ist um 22 größer als die Anzahl der nicht gelösten Aufgaben. Addiert man zur Anzahl der gelösten Aufgaben die dreifache Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so erhält man eine Zahl, die kleiner als 60 ist. Addiert man aber zur Anzahl der gelösten Aufgaben ein Drittel der Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so ergibt sich eine ganze Zahl, die größer als 30 ist.“

Untersuche, ob durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wie viele Aufgaben Max bearbeitet und wie viele er davon gelöst hat.

Ist dies der Fall, dann gib diese Anzahlen an. (6 P)

4) Ermittle alle Primzahlen p , für die $T(p) = p^3 + p^2 + 11p + 2$ eine Primzahl ist.

(6 P)

[Hinweis: Hier ist es günstig, zunächst durch Betrachten von speziellen Fällen zu einer Vermutung zu kommen. Diese Vermutung kann man dann beweisen, indem man nachweist, dass in allen anderen Fällen $T(n)$ das Vielfache einer Zahl und damit keine Primzahl ist.]

5) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $\frac{x+2}{84} - \frac{x+1}{207} = \frac{2x+7}{322}$; (3 P)

b) $(5x-7)(5x+7) - (4x-5)^2 < (3x-8)(3x+8)$. (3 P)

[Wiederhole dazu im Arbeitsmaterial für Klasse 7 die Abschnitte 4.1. (Einige Begriffe) und 4.2. (Regeln für das äquivalente Umformen) sowie den ersten Teil des Abschnitts 4.3. (Einige wichtige Gleichungen).]

Mit dieser Sendung erhältst du das „**Arbeitsmaterial für Korrespondenzzirkel Mathematik - Klasse 8**“ (kurz „*Arbeitsmaterial*“ genannt) zugeschickt. Es ist auch noch für den Gebrauch in höheren Klassenstufen des Korrespondenzzirkels bestimmt. Über seine Verwendung erhältst du laufend Hinweise.

Auf das im Korrespondenzzirkel Klasse 7 verwendete Material werden wir zurückgreifen („*Arbeitsmaterial Kl.7*“, „*Regeln*“, „*Sätze*“, „*Beweismittel*“ und „*Geometrische Örter*“).

Es ist nicht zu erwarten, dass du alles schon beim ersten Durchlesen voll begreifst, völlige Klarheit dürfte sich erst nach längerer Zeit und bei mehrfachem Durcharbeiten einstellen. In den vier Konsultationen zum Korrespondenzzirkel kannst du diesbezügliche Fragen stellen und hier wird auch gezeigt, wie man derartiges Material zweckmäßig erarbeiten kann.

Nimm dir Zeit, den erarbeiteten Stoff laufend und am Ende des Schuljahrs im Zusammenhang zu wiederholen!

Solltest du zu den Teilnehmern des Spezialistenlagers gehören, das in der 1. Woche der Sommerferien nach Klasse 8 stattfindet, dann kannst du auch dort entsprechende Fragen stellen und wirst weitere Erläuterungen zur Arbeit mit diesem Material erhalten.

Wir wünschen dir viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

Letzter Einsendetermin: 13.11.2022