

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2022/23

Serie 7

1) Forme folgende Summen in Produkte mit unzerlegbaren Faktoren um. Verwende dabei die binomischen Formeln.

a) $84xyz^2 - 70x^2yz + 28xy = \dots$ (1 P)

b) $28u^3v - 84u^2v^2 + 63uv^3 = \dots$ (2 P)

c) $63ab^2c - 21ab^2d + 36b^3c - 12b^3d = \dots$ (3 P)

2) Beweise (ohne Verwendung eines elektronischen Hilfsmittels), dass die Zahl $z = 11^{10} - 1$ durch 600 teilbar ist. (6 P)

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ die Abschnitte 3.2. (Teilbarkeitsregeln) und 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen). Verwende den Satz über die Teilbarkeit eines Produkts sowie das Rechnen mit Kongruenzen als Hilfsmittel.]

3) Gegeben sei ein Dreieck ABC mit $\overline{AB} < \overline{AC}$ und $\sphericalangle BAC = \alpha$. Sei D derjenige Punkt auf \overline{AC} , für den $\overline{CD} = \overline{AB}$ gilt; sei M der Mittelpunkt von \overline{AD} und N der Mittelpunkt von \overline{BC} ; sei E der Schnittpunkt der beiden Geraden MN und AB.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen stets $\sphericalangle AEM = \frac{1}{2}\alpha$ gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Hinweis: Als Hilfspunkt eignet sich der Punkt F auf der Verlängerung von \overline{CA} über A hinaus, für den $\overline{AF} = \overline{AB}$ gilt. Lies dazu in „Sätze“ die Abschnitte IVa. und IVb. über Dreiecke.]

4) Über eine natürliche Zahl x werden vier Paare von Aussagen gemacht:

Paar A: (1) x ist eine zweistellige Zahl.

(2) x ist kleiner als 1000.

Paar B: (1) Die zweite Ziffer der Zahl x ist eine 0.

(2) Die Quersumme der Zahl x ist 11.

Paar C: (1) x besitzt drei Ziffern, die einander gleich sind.

(2) x ist durch 37 teilbar.

Paar D: (1) Die Quersumme der Zahl x ist 27.

(2) Das Produkt der drei Ziffern der Zahl x ist 0.

Untersuche, ob es natürliche Zahlen x mit $x \neq 0$ gibt, für die in jedem der vier Paare A, B, C, D eine Aussage wahr und die andere Aussage falsch ist.

Gibt es solche Zahlen x , dann ermittle alle diese Zahlen. (6 P)

5) Zwei Kerzen von unterschiedlicher Dicke wurden zu Beginn eines Tages um 0 Uhr angezündet; damals hatten sie verschiedene Längen. An demselben Tag um 2 Uhr wurde beobachtet, dass sie gleiche Längen hatten. An demselben Tag um 3 Uhr 30 Minuten war die ursprünglich längere Kerze vollständig niedergebrannt, an demselben Tag erst um 5 Uhr auch die ursprünglich kürzere Kerze.

In welchem Verhältnis stand zu Anfang die Länge der kürzeren Kerze zur Länge der längeren Kerze? (6 P)

Letzter Einsendetermin: Sonntag, 4.Juni 2023