

KORRESPONDENZKREIS MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2022/23

Serie 3

1) Zu konstruieren sind alle (bis auf Kongruenz verschiedene) Dreiecke ABC, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (a) Die Seite \overline{AB} hat eine Länge von 6 cm.
- (b) Der Winkel CBA hat eine Größe von 60° .
- (c) Die Strecke \overline{AW} hat eine Länge von 5,5 cm.
- (d) Die Strecke \overline{AW} ist Winkelhalbierende des Winkels BAC.

- a) Beschreibe deine Konstruktion. (3 P)
- b) Fertige eine Konstruktionszeichnung an. (1 P)
- c) Beweise: Wenn ein Dreieck wie beschrieben konstruiert wird, dann erfüllt es die gegebenen Bedingungen (*Existenznachweis*). (2 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1. (Konstruktionsaufgaben) und in „Regeln“ auf S.9/10 die Regeln (1) und (3.1).]

2) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen r und s, die bei Division durch 5 beide den Rest 3 lassen.

- a) Beweise, dass das Produkt dieser beiden Zahlen bei Division durch 5 den Rest 4 lässt. (3 P)
- b) Welchen Rest lässt die Summe dieser beiden Zahlen bei Division durch 5?
Beweise deine Vermutung

Stelle die Beweise in Form eines Beweisschemas dar. (3 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2. (Teilbarkeitslehre) sowie in „Regeln“ auf S.11 die Regel (5).]

3) Wir betrachten ein Dreieck ABC und Punkte D, M und P, die folgende Voraussetzungen erfüllen:

- V₁: Der Punkt M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und er liegt auf der Strecke \overline{AB} .
- V₂: Die Geraden AB und CM stehen senkrecht aufeinander.
- V₃: Der Punkt D liegt auf dem Umkreis des Dreiecks ABC, und zwar derart auf dem kürzeren Bogen von A nach C, dass der Winkel MDB die Größe 15° hat.
- V₄: Der Punkt P liegt auf der Strecke \overline{MC} und die Geraden AB und DP sind parallel zueinander.

- a) Beweise, dass das Dreieck MDC gleichseitig ist. (4 P)
- b) Berechne die Länge der Strecke \overline{PC} in Abhängigkeit von der Länge c der Strecke \overline{AB} . (2 P)

Stelle den Beweis bzw. die Lösung in Form eines Schemas dar.

4) Gegeben sei ein Brett mit 4 mal 4 Quadraten. Einige Quadrate seien durch Sternchen gekennzeichnet.

- a) Weise nach, dass man 7 Sternchen so anordnen kann, dass nach dem Streichen von 2 beliebigen Zeilen und von 2 beliebigen Spalten dieses Brettes in den übrig gebliebenen Quadraten immer mindestens 1 Sternchen verbleibt. (2 P)

- b) Weise nach:

Wenn die Anzahl der Sternchen kleiner als 7 ist, dann kann man stets 2 Zeilen und 2 Spalten so streichen, dass alle übrig gebliebenen Quadrate leer sind. (4 P)

5) Eine Firma stellt Geräte her. Die Herstellungskosten betragen 20 Euro pro Gerät. Durchschnittlich 5% der Geräte erweisen sich nach dem Verkauf als defekt. Sie werden kostenlos durch neue Geräte ersetzt.

Die Firma möchte insgesamt einen Gewinn von 10% der Herstellungskosten erwirtschaften.

Zu welchem Preis muss sie ein Gerät verkaufen, wenn man vereinfachend annimmt, dass genau 5% der Geräte defekt und die Ersatzgeräte stets in Ordnung sind? (6 P)

Letzter Einsendetermin: 8.1.2023