

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

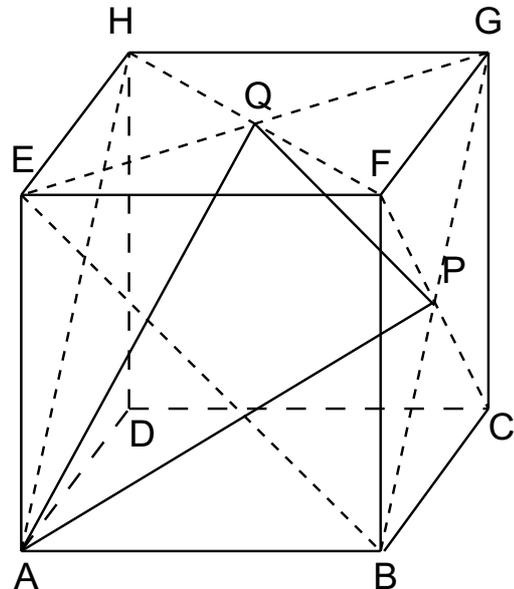
2021/22

Serie 3

1) Sei $ABCDEFGH$ ein Würfel mit der Kantenlänge a ; sei P bzw. Q der Diagonalschnittpunkt der Seitenfläche $BCGF$ bzw. $EFGH$.

a) Berechne den Umfang des Dreiecks APQ .

b) Beweise, dass dann stets $\sphericalangle PBQ = \sphericalangle BQP$ gilt.



(6 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 2.1. (Einige Begriffe und Sätze aus der Stereometrie); lies in „Regeln“ auf Seite 8 die Regeln zum Lösen stereometrischer Aufgaben; lies in „Sätze“ auf Seite 5 den Abschnitt IVe. (Rechtwinklige Dreiecke).]

2) Gegeben sei ein Dreieck ABC .

Zu konstruieren sind alle Punkte X, Y , die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) $X \in \overline{AC}$; $A, C \neq X$; (b) $Y \in \overline{BC}$; $B, C \neq Y$; (c) $\overline{AX} = \overline{XY} = \overline{YC}$. (6 P)

Außer der Konstruktionsbeschreibung werden ein Einzigkeitsnachweis und ein Existenznachweis verlangt, die beide in Form eines Beweisschemas darzustellen sind.

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 2.1. (Konstruktionsaufgaben) und in „Regeln“ auf S.9/10 die Regeln (1), (2.1), (2.2) und (3).

[Hier ist es günstig, wenn man zunächst durch Anwenden von geometrischen Sätzen eine Beziehung zwischen günstig gewählten Winkeln herleitet.]

3) Jeder Punkt der Ebene sei entweder rot oder blau gefärbt.

a) Zeige, dass es zwei gleichfarbige Punkte mit Abstand 1 gibt!

b) Zeige, dass man stets ein Rechteck mit Eckpunkten gleicher Farbe finden kann! (Hinweis: Versuch das Dirichletsche Schubfachprinzip anzuwenden, wobei Du geeignete "Schubfächer" finden musst!)

4) Klaus überprüft während der Ferien seine Vokabelkenntnisse in Englisch. Als er unter den 2555 Wörtern, die er im Laufe der Zeit sorgfältig in sein Vokabelheft eingetragen hat, die Anzahl z_1 derjenigen Wörter ermittelt, die er noch beherrscht, und danach die Anzahl z_2 der übrigen Wörter, stellt er beim Aufschreiben dieser beiden Zahlen fest, dass $z_1 > z_2$ gilt und dass er beim Aufschreiben genau zwei Ziffern verwendet hat, und zwar immer abwechselnd, wobei die an erster Stelle stehende Ziffer bei beiden Zahlen dieselbe ist.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die beiden Zahlen z_1 und z_2 eindeutig ermitteln lassen und gib diese beide Zahlen an. Beachte, dass auch hier ein Einzigkeitsnachweis und ein Existenznachweis erforderlich sind. (6 P)

5) Ermittle die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen (über dem Bereich der rationalen Zahlen):

$$\text{a) } \frac{1}{(x+1)^2} \geq \frac{1}{x^2}; \quad \text{b) } \frac{2x}{1+5x} - 2 \leq \frac{3}{1+5x}. \quad (6 \text{ P})$$

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3. (Zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen).]

Letzter Einsendetermin: 15.1.2022