

# KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Regierungsbezirk Chemnitz

A u f g a b e n

Klasse 7

2021/22

Serie 3

---

1) Zu konstruieren sind alle (bis auf Kongruenz verschiedene) Dreiecke ABC, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (a) Die Seite  $\overline{AB}$  hat eine Länge von 6 cm.
- (b) Der Winkel CBA hat eine Größe von  $60^\circ$ .
- (c) Die Strecke  $\overline{AW}$  hat eine Länge von 5,5 cm.
- (d) Die Strecke  $\overline{AW}$  ist Winkelhalbierende des Winkels BAC.

- a) Beschreibe deine Konstruktion. (3 P)
- b) Fertige eine Konstruktionszeichnung an. (1 P)
- c) Beweise: Wenn ein Dreieck wie beschrieben konstruiert wird, dann erfüllt es die gegebenen Bedingungen (*Existenznachweis*). (2 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1. (Konstruktionsaufgaben) und in „Regeln“ auf S.9/10 die Regeln (1) und (3.1).]

2) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen r und s, die bei Division durch 5 beide den Rest 3 lassen.

- a) Beweise, dass das Produkt dieser beiden Zahlen bei Division durch 5 den Rest 4 lässt. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (3 P)
- b) Welchen Rest lässt die Summe dieser beiden Zahlen bei Division durch 5?  
Beweise deine Vermutung

Stelle die Beweise in Form eines Beweisschemas dar. (3 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2. (Teilbarkeitslehre) sowie in „Regeln“ auf S.11 die Regel (5).]

3) Wir betrachten ein Dreieck ABC und Punkte D, M und P, die folgende Voraussetzungen erfüllen:

- V<sub>1</sub>: Der Punkt M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und er liegt auf der Strecke  $\overline{AB}$ .
- V<sub>2</sub>: Die Geraden AB und CM stehen senkrecht aufeinander.
- V<sub>3</sub>: Der Punkt D liegt auf dem Umkreis des Dreiecks ABC, und zwar derart auf dem kürzeren Bogen von A nach C, dass der Winkel MDB die Größe  $15^\circ$  hat.
- V<sub>4</sub>: Der Punkt P liegt auf der Strecke  $\overline{MC}$  und die Geraden AB und DP sind parallel zueinander.

- a) Beweise, dass das Dreieck MDC gleichseitig ist. (4 P)
- b) Berechne die Länge der Strecke  $\overline{PC}$  in Abhängigkeit von der Länge  $c$  der Strecke  $\overline{AB}$ . (2 P)

Stelle den Beweis bzw. die Lösung in Form eines Schemas dar.

4) Gegeben sei ein Brett mit 4 mal 4 Quadraten. Einige Quadrate seien durch Sternchen gekennzeichnet.

- a) Weise nach, dass man 7 Sternchen so anordnen kann, dass nach dem Streichen von 2 beliebigen Zeilen und von 2 beliebigen Spalten dieses Brettes in den übrig gebliebenen Quadraten immer mindestens 1 Sternchen verbleibt. (2 P)

b) Weise nach:

Wenn die Anzahl der Sternchen kleiner als 7 ist, dann kann man stets 2 Zeilen und 2 Spalten so streichen, dass alle übrig gebliebenen Quadrate leer sind.

(4 P)

5) Eine Firma stellt Geräte her. Die Herstellungskosten betragen 20 Euro pro Gerät. Durchschnittlich 5% der Geräte erweisen sich nach dem Verkauf als defekt. Sie werden kostenlos durch neue Geräte ersetzt.

Die Firma möchte insgesamt einen Gewinn von 10% der Herstellungskosten erwirtschaften.

Zu welchem Preis muss sie ein Gerät verkaufen, wenn man vereinfachend annimmt, dass genau 5% der Geräte defekt und die Ersatzgeräte stets in Ordnung sind?

---

**Letzter Einsendetermin:** 09.02.2022