

Aufgabenserie 2 (Schuljahr 2026/2027)

Einsendungen bitte bis 08.11.2026 an Prof. Cordula Bernert, Neusorger Str. 10, 09648 Altmittweida oder cbernert@hs-mittweida.de (Jede Zusendung wird nach Empfang elektronisch bestätigt. Sollte diese Antwort ausbleiben, fragen Sie bitte elektronisch nach, um Datenverluste zu vermeiden.)

Aufgabe 2-1.

Zur Gestaltung einer Schulfeier will die Klasse 10a ein Glücksspiel veranstalten. Statt eines Losverkaufes sollen die Teilnehmer nach Entrichten einer Gebühr aus einem Skat-spiel (4 „Farben“ zu je 8 „Bildern“: 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König, As) fünf Karten ziehen. Jeder kann vor dem Ziehen entscheiden, was als „gewonnen“ gilt:
Entweder: Alle fünf gezogenen Karten sind von einheitlicher „Farbe“.
Oder: Unter den 5 gezogenen Karten sind vier einheitliche „Bilder“.
Hat man bei einer der beiden Wahlmöglichkeiten größere Gewinnchancen als bei der anderen und wenn ja, bei welcher ? (MO371023)

(5 Punkte)

Aufgabe 2-2.

Bestimmen Sie die Lösungsmenge von

$$\frac{\sqrt{x} + 1}{1 - \sqrt{x - 2}} < -1.$$

(5 Punkte)

Aufgabe 2-3.

Gegeben ist ein Quadrat $\square ABCD$ mit der Seitenlänge 1. Es sei E der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AD}$. Die Strecke $\overline{BE}$ ist der Durchmesser eines Kreises k . Dieser Kreis schneidet die Diagonale $\overline{BD}$ in S .

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle EBS$.

(6 Punkte)

Aufgabe 2-4.

Konstruieren Sie ein Dreieck aus dem Umkreisradius r , der Länge der durch den Punkt C gehenden Höhe h_c und der Länge der durch C verlaufenden Winkelhalbierenden w_γ . Erstellen Sie dazu eine Planfigur, und eine Konstruktionsbeschreibung. Weisen Sie nach, dass die Konstruktion die Bedingungen der Aufgabe erfüllt.

(6 Punkte)

Aus den beiden folgenden Aufgaben können Sie eine auswählen. Für die Aufgabenteile (a) und (b) werden maximal je 2 Punkte vergeben, für (c) 4 Punkte, so dass sich insgesamt 8 Punkte pro Aufgabe erreichen lassen. Bearbeiten Sie beide Aufgaben, so wird nur die Aufgabe mit der höheren erreichten Punktzahl in der Gesamtbewertung berücksichtigt. Ist jedoch die Punktesumme für beide Aufgaben größer als 8, erhalten Sie einen Zusatzpunkt, ist sie größer als 12, gibt es zwei Zusatzpunkte. Für die gesamte Aufgabenserie kann man also maximal 32 Punkte erreichen.

Bitte wenden!

Aufgabe 2-5A.

Gibt es für ein ebenes Vieleck einen Punkt der Ebene, sodass die Summe der Abstände von diesem Punkt zu allen Eckpunkten des Vielecks minimal ist, so wird dieser Punkt FERMAT-Punkt genannt, da PIERRE DE FERMAT (französischer Mathematiker, 1601 bis 1665) die Frage nach der Existenz eines solchen Punktes im Dreieck erstmalig gestellt hat.

- (a) Man zeige, dass es im gleichseitigen Dreieck einen FERMAT-Punkt gibt.
- (b) Man beweise: In einem konvexen Viereck ist der Schnittpunkt der Diagonalen der FERMAT-Punkt.
- (c) Gibt es für jedes konkave Viereck (d.h. für ein Viereck mit einem Winkel größer als 180°) einen FERMAT-Punkt?

Aufgabe 2-5B.

- (a) Aus der Menge der natürlichen Zahlen von 1 bis 100 wählen wir 51 verschiedene Zahlen aus. Dann existieren in der ausgewählten Menge stets zwei, deren Summe 101 ist.
- (b) In einem Quadrat mit der Seitenlänge 2 sollen Punkte in einem Abstand von $d > \sqrt{2}$ eingezeichnet werden. Wie viele Punkte können maximal eingezeichnet werden?
- (c) Auf einer Tagung werden in einer Tagungsgruppe von 8 Wissenschaftlern paarweise Visitenkarten ausgetauscht. Ist es möglich, dass am Ende alle 8 Personen eine verschiedene Anzahl von Visitenkarten haben?