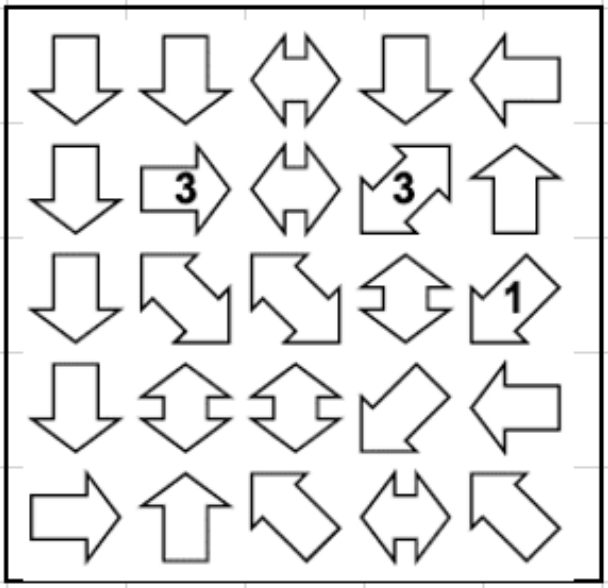
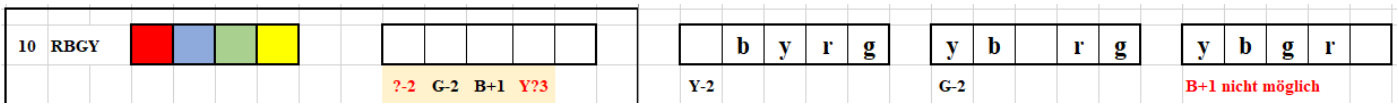
Aufgabenvorschläge (1) 4.LSGM-Zirkel Kl.11/12 für den 17.11.2020, F.Rehm

Die Lösungen könnt ihr mit Begründungen senden an: fr.rehm@gmail.com

Aufgabe1:
Bitte gebt die Lösungen für das 4.Pfeilrätsel und das 10.Sprungrätsel an, eventuell mit Begründung der gefundenen Anordnungen**:**



	a	b	c	d	e
5	4				
4	3	3	2	3	1
3	2				1
2	1	2		1	
1	4		1		
	a	b	c	d	e



Aufgabe 2:
Gefragt ist hier erneut das Thema Gleichung mit natürlichen Zahlen, in Anlehnung an unsere letzte diophantische Gleichung abcd=a+b+c+d:
Für die natürlichen positiven Zahlen m,n gelte: $\mathbf{2m^2+m=3n^2+n}$ (*). Man beweise die folgenden 3 Behauptungen:

a) m-n ist eine Quadratzahl
b) 2m+2n+1 ist eine Quadratzahl
c) 3m+3n+1 ist eine Quadratzahl

Wie ihr wisst, ist es nur sinnvoll, solche Untersuchungen anzustellen, wenn es überhaupt eine Lösung gibt für (*).

d) man finde das kleinste Paar (m,n), für das (*) gilt (Achtung: die Zahlen sind größer als 0)
e) Man bezeichnetn $\mathbf{X^2-dY^2=1}$ (**) (d ist eine positive ganze, nicht quadratische Zahl) als Hauptvariante der sogenannten Pell'schen Gleichung. Man ermittle die zu (*) passende Pell'sche Gleichung (**) und ihre ***Minimallösung*** in positiven ganzen Zahlen X,Y
f) Man ermittle die Rekursionslösungen für (*) und (**), d.h. Formeln, um aus einer Lösung eine weitere mit größeren Zahlen ableiten kann

Aufgabe 3:
Hier geht es um die Konstruktion von regulären n-Ecken mit Zirkel und Lineal: der genial Friedrich Gauß fand mit 18 Jahren, dass man (u.a.) alle n-Ecke konstruieren kann, wenn es ein m gibt, für das n=2^(2^m)+1 gibt und n eine Primzahl ist. Setzt man m=2, ergibt sich daraus die Behauptung, man könne eine reguläres 17-Eck konstruieren.
In der Lokalnotiz in Braunschweig im 18.Jh. wurde erwähnt, dass jeder engagierte Matheinteressierte weiß, dass man ein reguläres Dreieck, Viereck, Fünfeck, 15-Eck konstruieren kann.
Bitte zeigt, wie man ein reguläres Fünfeck und wie man auch ein 15-Eck konstruieren kann, allein unter Verwendung des Zirkels und eines Lineals. Wie ihr wisst, genügt auch allein ein Zirkel, dagegen wird ein Fixkreis gebraucht, wenn man nur ein Lineal allein zur Verfügung hat, keinen Zirkel. (*Hinweis:* wie im letzten Zirkel erwähnt, kann man schnell die Innenwinkel der Polygone ermitteln. Dafür sind entsprechende Anweisungen anzugeben, wie man diese Winkel konstruieren kann.