Aufgabenvorschläge (5) LSGM-Zirkel Kl.11/12, **F.Rehm, 17.6.2020**

die Lösungen könnt ihr mit Begründungen senden an: fr.rehm@gmail.com

Aufgabe 1:

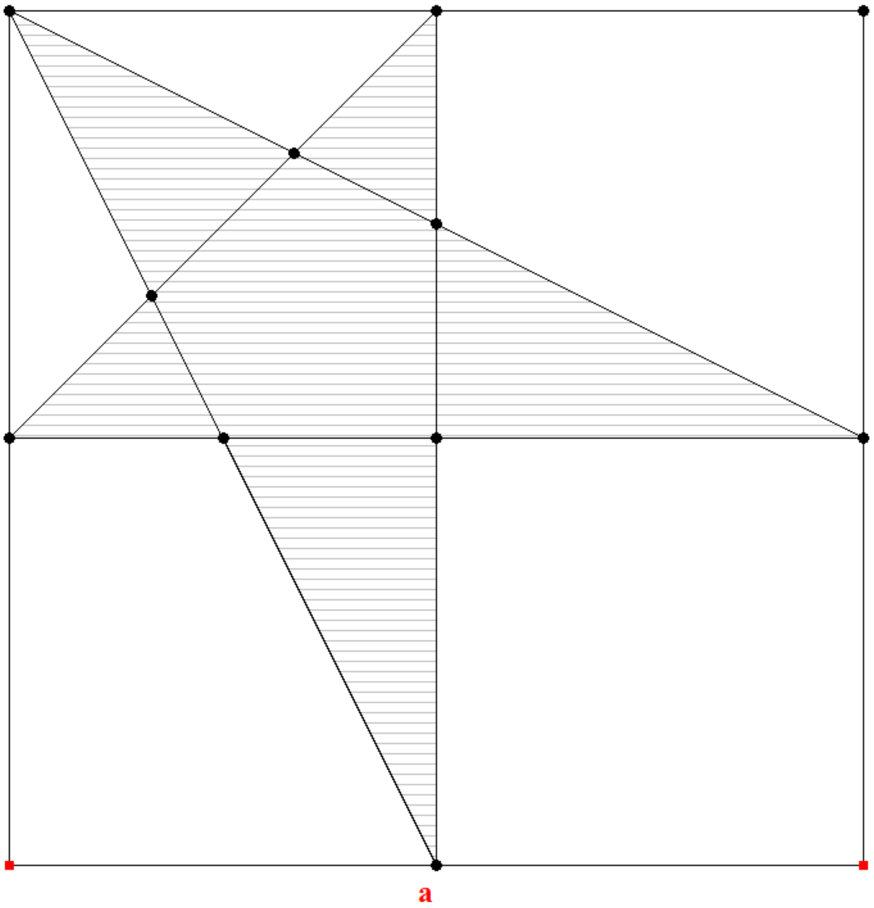
Q(x) sei die Quersumme einer Zahl x und QQ(x) die Summe der Ziffernquadrate, z.B. Q(17)=8 und QQ(17)=50. Man ermittle für jede der Bedingungen die kleinste Primzahl **$p=p_n$ > 7** (n sei die laufende Nummer mit $p_1=2$, $p_2=3$, usw.) und die angegebenen Quersummen a und b:

a) Q(p)=Q(n)=a prim
b) QQ(p)=QQ(n)=a prim
c) Q(p)=Q(n)=a und QQ(p)=QQ(n)=b
d) Q(p)=Q(n)=a und QQ(p)=QQ(n)=b und Q(p) prim
e) Q(p)=Q(n)=a und QQ(p)=QQ(n)=b und QQ(p) prim
f) Q(p)=Q(n)=a und QQ(p)=QQ(n)=b und Q(p) prim und QQ(p) prim
g) Q(p)=QQ(n)=a und QQ(p)=Q(n)=b
h) Q(p)=QQ(n)=a und QQ(p)=Q(n)=b und Q(p) prim
i) Q(p)=QQ(n)=a und QQ(p)=Q(n)=b und QQ(p) prim
j) Q(p)=Q(n)=a und QQ(p)=QQ(n)=b und Q(p) prim und QQ(p) prim
k) Q(p)=Q(n)=a, QQ(p)=QQ(n)=b, p+n prim
l) Q(p)=Q(n)=a prim, QQ(p)=QQ(n)=b, p+n prim
m) Q(p)=Q(n)=a, QQ(p)=QQ(n)=b prim, p+n prim
n) Q(p)=Q(n)=a prim, QQ(p)=QQ(n)=b prim, p+n prim
o) Q(p)=Q(n)=a, p-n prim
p) p+n und p-n prim
q) Q(p)=Q(n)=a und p+n sowie p-n prim
r) Q(p)=Q(n)=a prim und p+n sowie p-n prim
s) QQ(p)=QQ(n)=a und p+n sowie p-n prim
t) QQ(p)=QQ(n)=a prim und p+n sowie p-n prim
u) Q(n)+QQ(n)=Q(p)+QQ(p)=a
v) Q(n)+QQ(n)=Q(p)+QQ(p)=a prim
w) Q(n)+QQ(p)=Q(p)+QQ(n)=a
x) Q(n)+QQ(p)=Q(p)+QQ(n)=a prim
y) n prim und Q(n)=Q(p)=a
z) n prim und Q(n)=Q(p)=a prim
aa) n prim und QQ(n)=QQ(p)=a
bb) n prim und QQ(n)=QQ(p)=a prim
cc) n prim und Q(n)=Q(p)=a und QQ(n)=QQ(p)=b
dd) n prim und Q(n)=Q(p)=a prim und QQ(n)=QQ(p)=b
ee) n prim und Q(n)=Q(p)=a und QQ(n)=QQ(p)=b prim
ff) n prim und Q(n)=Q(p)=a prim und QQ(n)=QQ(p)=b prim
gg) p, p+2 prim
hh) wie gg), Q(n)+QQ(p)=Q(p)+QQ(n)=a
ii) wie gg), p-n prim
jj) p, p+2, p+6, p+8 prim (erster **Vierling**)
kk) wie jj), p+n prim
ll) p, p+2 prim und p+n und p-n prim
mm) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a
nn) wie mm), a prim
oo) p, p+2 prim, QQ(n)=QQ(p)=a
pp) wie oo), a prim
qq) p, p+2 prim, p-n prim, Q(n),Q(p),QQ(n),QQ(p) verschieden & Q(n)+QQ(p)=Q(p)+QQ(n)=a
rr) wie qq), a prim
ss) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a, n prim
tt) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a, p+n prim
uu) wie jj) und n prim

vv) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a prim, n prim
ww) wie jj), Q(n)=Q(p)=a, p+n prim
xx) wie jj), p-n prim
yy) wie jj), Q(n)=Q(p)=a prim
zz) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a prim, QQ(n)=QQ(p)=b
aaa) wie zz), b prim
bbb) p, p+2 prim, QQ(n)=QQ(p)=a, p+n prim
ccc) p, p+2 prim, Q(n)=Q(p)=a prim, QQ(n)=QQ(p)=b, p+n prim
ddd) p, p+2 prim, QQ(n)=QQ(p)=a prim, p+n prim
eee) p, p+2 prim, QQ(n)=QQ(p)=a, p-n prim
fff) wie jj), p+n prim, p-n prim

Aufgabe 2:

Man ermittle den markierten Flächenanteil von der gesamten Quadratfläche. In der Figur sind die Seitenmitten des Quadrats verbunden worden:



Aufgabe 3:

Bekanntlich ist das arithmetische Mittel zweier nicht negativer Zahlen a und b nicht kleiner als das geometrische Mittel: $AM(a,b) \geq GM(a,b)$ mit $AM(a,b)=(a+b)/2$ und $GM(a,b)=\sqrt{ab}$. Monika ist der Meinung, dass man die Ungleichung noch „verbessern“, d.h. noch einen Term „??“ einfügen kann, der nicht mit beiden Mitteln übereinstimmt: $AM(a,b) \geq$ **??** $\geq GM(a,b)$. Jens meint, das wäre kein Problem, weil es überhaupt für alle Ungleichungen gilt, z.B. auch für das harmonische und geometrische Mittel zweier positiver Zahlen: $GM(a,b) \geq HM(a,b)$ und mit einem Term dazwischen: $GM(a,b) \geq$ **??** $\geq HM(a,b)$ mit $GM(a,b)=\sqrt{ab}$ und $HM(a,b)=2/(1/a+1/b)$. Hat Monika Recht? Und stimmt auch die Aussage von Jens? Wenn z.B. ganz allgemein eine Beziehung $f \geq g$ gilt, finde man einen Term „??“, der nicht mit f oder g identisch ist, so dass gilt: $f \geq$ **??** $\geq g$.

Aufgabe 4:

Man ermittle die Winkelsumme an den Zacken eines 5-zackigen Sterns. Wie groß ist diese Summe allgemein bei einem Stern mit n Zacken ($n>4$)?

Aufgabe 5:

Für welche positiven ganzen Zahlen $n > 1$ ist $P=(n-1)!=1*2*\ldots*(n-2)*(n-1)$ durch n teilbar?