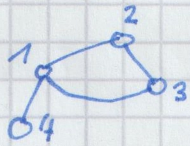
Wiederholung Graphen Basics

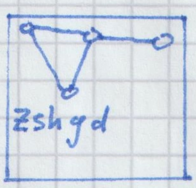
- Graph G besteht aus Knotenmenge V und Kantenmenge E
- $|V|$ - Anzahl Knoten, $|E|$ - Anzahl Kanten
- $d_G(v)$ Knotengrad des Knoten v
- ein **Walk** $v_0 v_1 \dots v_n$ ist eine Abfolge von Knoten, sodass zwei aufeinanderfolgende Knoten $v_i v_{i+1}$ durch einen Knoten verbunden sind
- ein **Pfad** (Path) ist ein Walk, indem alle Knoten verschieden sind z.B

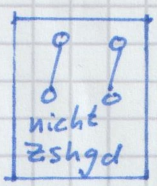


[1; 2; 3; 1; 4] ist ein Walk, aber kein Pfad

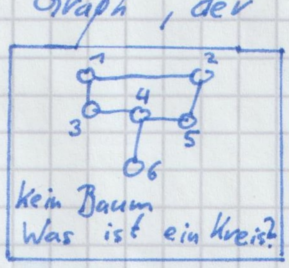
- ein **Kreis** ist ein Walk, indem alle Knoten bis auf den Anfangsknoten nur einmal vorkommen und es gilt Anfangsknoten = Endknoten z.B im Graph oben [2; 3; 1; 2]
- ein Graph heißt **zusammenhängend** (zshgd), wenn jedes Knotenpaar durch einen Pfad verbunden werden kann

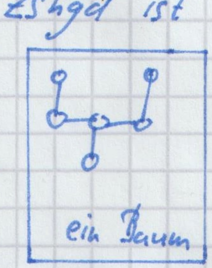
z.B



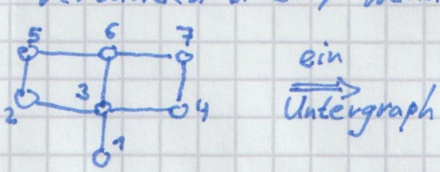


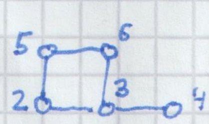
- ein Graph, der zshgd ist und keine Kreise enthält, heißt **Baum**





- ein **Untergraph** ist eine Teilmenge der Knoten, in der zwei Knoten verbunden sind, wenn sie es im Ursprungsgraph sind



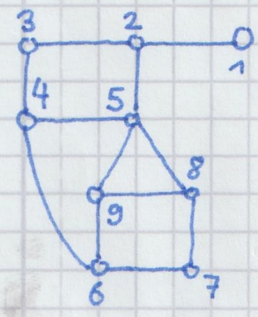


- **Handshaking Lemma**: $\boxed{\sum_{v \in V} d_G(v) = \text{Summe aller Knotengrade} = 2|E|}$

- Wieviele Kanten kann ein zusammenhängender Graph mit 1000 Knoten maximal/minimal haben?

- Schreibe alle Graphen mit 3, 4 Knoten auf. Wie würde man systematisch alle Graphen mit 1000 Knoten auflisten? Wieviele Graphen mit 1000 Knoten gibt es?

Graph G: Fülle mit Ja/Nein aus!



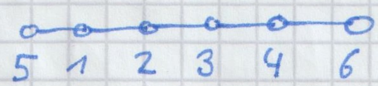
Knotenabfolge	Walk	Pfad	Kreis
[4;5;2]			
[3;5;2]			
[5;6;9;5;4;3]			
[6;7;6]			

Gib alle Untergraphen von G an, die Kreise sind (z.B sind [5;9;8;5] und [8;9;5;8] der gleiche Untergraph)

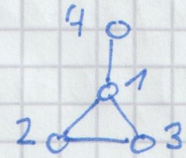
Vorgegebene Knotengrade

Zu der Zahlenfolge $[d_1, d_2, d_3, \dots, d_n]$ finde einen Graphen mit Knoten $\{v_1, \dots, v_n\}$, sodass der Knotengrad von $v_i = d_i$ ist

Beispiel [2;2;2;2;1;1] $\Rightarrow$



[3;2;2;1] $\Rightarrow$



Selber lösen

[5;1;1;1;1]

[6;3;3;3;3;3;3]

[4;3;2;1;0]

[5;2;2;2;2]

Vorsicht!!!
Nicht zu jeder Zahlenfolge gibt es einen passenden Graph. Warum?
Das Handshakinglemma kann helfen

(Fortsetzung: Graphen zu Knotengraden finden)

[3; 3; 3; 3 ; 1; 1; 1; 1; 1; 1]

Warum muss jede Lösung zu dieser Folge ein Baum sein?

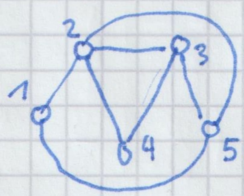
[3; 2; 2; 1] Hier:

Finde zwei <u>verschiedene</u> Lösungen. Verschieden seien zwei Lösungen, wenn sich nicht durch Umnummerien der Knoten ineinander überführen lassen

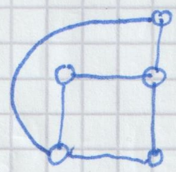
Hamiltonische Kreise

Ein Kreis in einem Graphen in dem jeder Knoten (genau einmal) vorkommt, heißt <u>hamiltonischer Kreis</u>. Ein Graph mit solch einem Kreis heißt <u>hamiltonisch</u>

Beispiele:



[1; 2; 4; 3; 5; 1]
ist hamil. Kreis

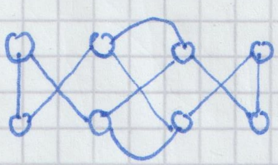


Dieser Graph
ist nicht hamiltonisch

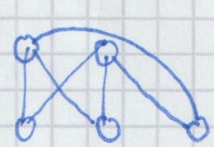
Oft ist es bei großen Graphen schwer herauszufinden, ob es einen hamiltonischen Kreis gibt. Wer einen Weg findet, schnell hamiltonische Kreise zu finden, dem Winken Ruhm & Ehre & Geld!

Gibb es hamilt. Kreise? : (Wenn nein, <u>Warum</u>?)

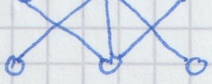
1



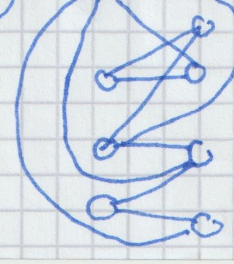
2



3



4



5