# Korrespondenzzirkel der LSGM 2018/19

# Klasse 7, 2.Treffen am 23.03.2019

## 6 Aufgaben zum Warmwerden vom Känguru 2013, Klasse 7/8

1. Wie viele Züge von Hamburg nach München?
2. Die Summe zweier Zahlen ist 104. Die beiden Zahlen unterscheiden sich um 10, enden also auf dieselbe Ziffer, welche?
3. $\frac{1111}{101} = 11$. Also ist $\frac{3333}{101} - \frac{6666}{303} = 11$.
4. Mareike hat 6 rote, 3 vioette, 10 wieße und 3 gelbe Tulpelzwiebeln. Wie viele müssen aufblühen, damit garantiert zwei gleichfarbige aufgeblüht sind?
5. Der Salzgehalt der Nordsee ist etwa 7 : 193 (Salz zu Wasser). Wie viele Kilogramm Salz sind etwa in 1000kg Nordseewasser enthalten?
6. Bestimme den Winkel $\delta$ bei gegebenen Winkeln $\alpha, \beta, \gamma$ in einer 4-Geraden-Konfiguration.

## Variablen, Terme, Gleichungen

Die letzte Känguraufgabe war mit Hilfe von Dreiecksinnenwinkelsumme und Vierecksinnenwinkelsumme lösbar. Es mussten dazu einige Klammerterme mit negativem Vorzeichen aufgelöst werden. Ein kürzerer Weg führt über den Außenwinkelsatz, es ergab sich $\delta = \alpha + \beta + \gamma$. Die konkreten Winkelgrößen waren nun uninteressant geworden.

**Satz 1** *In einem Dreieck ist der Außenwinkel so groß wie die Summe der beiden nichtanliegenden Innenwinkel.*

## Dezimalbrüche und gemeine Brüche

Ist $0,\overline{9} = 1$ oder ist $0,\overline{9} < 1$? Wegen $1/3 = 0,\overline{3}$ ergibt sich nach Multipikation mit 3 sofort die Gleichheit.

Wie erhält man aus einem periodischen Dezimalbruch einen gemeinen Bruch?

$$x = 2,\overline{142857}.$$

Multipliziere mit 10 hoch Periodenlänge:

$$10^6 x = 2142857,\overline{142857}.$$

Bildet man nun die Differenz, dann fällt die Periode weg:

$$999999x = 2142855 \Longrightarrow x = \frac{2142855}{999999} = \frac{15}{7}.$$

## Irrationalität von $\sqrt{2}$

Der Beweis wird *indirekt* geführt.

Annahme: $\sqrt{2}$ ist rational. Dann gibt es natürliche Zahlen $p, q$, die teilerfremd sind mit $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$. Nach Quadrieren dieser Gleichung hat man

$$2 = \frac{p^2}{q^2} \quad \text{bzw.} \quad 2q^2 = p^2.$$

Hieraus folgt zunächst, dass $p$ gerade ist, etwa $p = 2a$. Setzt man dies ein, so hat man

$$2q^2 = 4a^2 \quad \text{bzw.} \quad q^2 = 2a^2.$$

Hieraus folgt, dass $q$ durch 2 teilbar ist. Dies ist aber ein Widerspruch zur anfangs angenommenen Teilerfremdheit von $p$ und $q$. Also war die Annahme falsch. Also ist $\sqrt{2}$ irrational.

**Aufgabe 1:** Die Summe dreier Zahlen ist 32. Die erste Zahl ist halb so groß wie die zweite und ein Drittel so groß wie die dreitte Zahl. Um welche drei Zahlen handelt es sich?

**Aufgabe 2:** Die drei Seitenlängen eines Dreiecks sind ganzzahlig. Der Umfang des Dreiecks ist 33. Eine Seite ist halb so groß wie eine andere. Welche Seitenlängen sind hier möglich ? (3 Lösungen)

**Aufgabe 3:** Zwei Punmpen $A$ und $B$ schaffen es zusammen in 4 Stunden, ein Becken zu füllen. Mit einer zusätzlichen Pumpe $A$ schaffen die drei Pumpen es bereits in 3 Stunden. Wie lange braucht jede Pumpe einzeln?

**Aufgabe 4:** Konstruiere lateinische Quadrate, die symmetrisch zu einer Diaonalen, etwa von oben links nach unten rechts, sind. Was fällt dir auf bei den $3 \times 3$ oder $5 \times 5$-Quadraten? Beweise deine Vermutung, indem du die Anzahl der Einsen oberhalb, unterhalb und auf der Diagonalen (Spiegelachse) untersuchst.

Pause: Rasende Roboter, Ende: Inkies.