Korrespondenzzirkel der LSGM 2017/18

Klasse 6, 3.Treffen am 14.4.2018

Aufgaben zum Warmwerden vom Känguru 2007, Klasse 6/7

1. $2007 : (2+0+0+7) - (2 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 7) =$
2. $5+5+5+\cdots+5 = 125 = 5^3$. Wie viele Fünfen stehen links?
3. In einer dunklen Kammer sind 5 weiße linke, 5 weiße rechte, 5 schwarze linke, 5 schwarze rechte Handschuhe. Wie viele Handschuhe muss man mindestens herausnehmen, damit man mit Sicherheit zwei passende Paare (also 4 passende Handschuhe) hat.
4. Weitere 6 Aufgaben vom Känguru...

Grundkonstruktionen

Georg wiederholt

- die vier Kongruenzsätze
- die vier Grundkonstruktionen
  - Mittelsenkrechte errichten
  - Lot fällen
  - Senkrechte errichten
  - Winkelhalbierende konstruieren
- Die drei Höhen in einem Dreieck schneiden sich in einem gemeinsamen Punkt. Es gilt für die Dreiecksfläche

  $$A = \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{2} b h_b = \frac{1}{2} c h_c,$$

  wobei h_a, h_b und h_c jeweils die Längen der Höhen vom Eckpunkt A, B bzw. C auf die gegenüberliegende Seite sind. Der Beweis wird anhand eines Rechtecks $ABPQ$ mit den Seitenlängen c und h_c geführt, welches den doppelten Flächeninhalt des Dreiecks hat. Dabei wird das Ausgangsdreieck durch die Höhe h_c in zwei rechtwinklige Teildreiecke zerlegt.

DEFINITION. Die *Mittelsenkrechte* von $\overline{AB}$ ist die Menge aller Punkte P, die von A und B denselben Abstand haben.

In der Tat kann man mit Hilfe des Kongruenzsatzes SWS zeigen, dass alle Punkte P auf der Geraden, die durch den Mittelpunkt M von $\overline{AB}$ verläuft und senkrecht auf AB steht, denselben Abstand von A und B haben.

DEFINITION. Die *Winkelhalbierende* von $\angle(a, b,)$ ist die Menge der Punkte P, die von a und b denselben Abstand haben.

Pause: Rasende Roboter

Spezielle Linien im Dreieck

Wir führen die folgenden speziellen Linien im Dreieck ein

- Mittelsenkrechte
- Winkelhalbierende
- Höhe
- Seitenhalbierende

Mit Hilfe der obigen Definitionen der Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden zeigen wir, dass sich diese drei Linien jeweils in einem gemeinsamen Punkt schneiden.
Die Mittelsenkrechten schneiden sich im *Umkreismittelpunkt*. Die Winkelhalbierenden schneiden sich im *Inkreismittelpunkt*. Der Umkreis ist der eindeutig bestimmte Kreis, der duch die drei Eckpunkte des Dreiecks verläuft.

Ein beliebiger Kreis und eine beliebige Gerade haben entweder 0 oder 1 oder 2 Punkte gemeinsam. Wenn die Gerade keinen Punkt mit dem Kreis gemeinsam hat, so nennt man sie *Passante*, wenn sie genau 2 Punkte mit dem Kreis gemeinsam hat, so nennt man sie *Sekante* und wenn sie genau einen Punkt mit dem Kreis gemeinsam hat, so *berührt* sie den Kreis und man nennt sie *Tangente*.

Der *Inkreis* eines Dreiecks ist der eindeutig bestimmte Kreis, der im Innern des Dreiecks liegt und dabei alle drei Dreiecksseiten berührt.

Es gibt aber noch drei weitere Kreise, außerhalb des Dreiecks, die die als Geraden aufgefassten Dreiecksseiten berühren. Dies sind die drei *Ankreise* des Dreiecks. Die Ankreise berühren stets eine Seite des Dreiecks von innen und die anderen beiden Dreiecksseiten außerhalb der Dreiecksseite.

Man erhält den Mittelpunkt des Ankreise an c als Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Innenwinkels γ und der beiden Außenwinkelhalbierenden von α' und β'.

Diese Beschreibungen der Mittelpunkte von Um-, In- und Ankreisen liefert automatisch eine Konstruktionsbeschreibung der entsprechenden Kreise. Nach Konstruktion der Mittelpunkte der Kreise muss nur noch der Radius gefunden werden. Beim Umkreis ist es der Abstand zu den Eckpnkten, beim In- und den Ankreisen ist es die Länge des Lotes vom Mittelpunkt auf die drei Seiten.

Die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt, dem *Schwerpunkt* des Dreiecks. Die drei Höhen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt.

Satz 1 Winkelhalbierende innen und außen *Die Winkelhalbierenden eines Innenwinkels und des dazugehörigen Außenwinkels stehen senkrecht aufeinander.*