Korrespondenz-Seminar der LSGM 2015/16

Klasse 7, Treffen 2 am 05. März 2016

Warmwerde-Aufgaben:

- 1) Auf wie viele Nullen endet $10!$ bzw $31!$? A: 7
- 2) Ein Quadrat der Fläche 169 hat welchen Umfang? A. 52
- 3) $1111 - 222 = 889$
- 4) Jemand hat 21 rote, 22 braune und 23 schwarze Socken in einem Beutel. Wie viele Socken muss er blind aus dem Beutel ziehen, damit er mit Sicherheit ein schwarzes Paar Socken hat? A: 45
- 5) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$
- 6) $1001/7 = 143$
- 7) $\sqrt{529} = 23$.
- 8) In einem Quadrat sind die beiden Diagonalen eingezeichnet und die benachbarten Mitten sind untereinander verbunden. Wie viele Dreiecke enthält diese Figur? 20.

Termumformungen und Gleichungen

Wir wiederholen die Kommutativ- und Assoziativgesetze der Addition und der Multiplikation: $a + b = b + a$, $ab = ba$, $(a + b) + c = (a + b) + c$, $a(bc) = (ab)c$. Äquivalentes Umformen von Gleichungen erfolgt durch eine Operationsanweisung (senkrechter Strich recht neben der Gleichung, etwa $| +2x$). Wir wiederholen die *Distributivgesetze*

$$\begin{aligned}(a + b)c &= ac + bc, & (a - b)c &= ac - bc \\ a(b + c) &= ab + ac, & a(b - c) &= ab - ac \\ (a + b)(c + d) &= ac + ad + bc + bd, & (a - b)(c - d) &= ac - ad + bc - bd.\end{aligned}$$

Aufgabe 1 Bestimme alle rationalen Zahlen x , die die folgende Gleichung (einzeln) erfüllen

- (a) $(x + 3)(x - 4) = (x + 2)(x - 5)$.
- (b) $(2x + 1)(3x + 1) = (x + 2)(6x + 3)$.
- (c) $3(6x + 21) = 3(6x + 28)$.
- (d) $(3x - 1)(4x - 1) = (2x + 1)(6x + 1) - 15x$.

Aufgabe 2 Vor 10 Jahren war ein Vater 5 Mal so alt wie sein Sohn. In 5 Jahren werden beide zusammen 60 Jahre alt sein.

Wie alt sind Vater und Sohn heute?

Lösung: Wir führen für das heutige Alter von Vater bzw. Sohn die Variablen v bzw. s ein. Dann lässt sich die Aussagen wie folgt als Gleichung formulieren:

$$v - 10 = 5(s - 10) \quad (1)$$

$$(v + 5) + (s + 5) = 60 \quad (2)$$

Mit Hilfe des Distributivgesetzes vereinfacht sich die erste Gleichung zu $v - 10 = 5s - 50$. Addiert man auf beiden Seiten 10, so hat man $v = 5s - 40$. Setzt man dies in (1) ein, so hat man

$$\begin{aligned} (5s - 40 + 5) + s + 5 &= 60 \\ 6s - 30 &= 60 \quad | +30 \\ 6s &= 90 \quad | :6 \\ s &= 15. \end{aligned}$$

Setzt man dies in $v = 5s - 40$ ein, so hat man $v = 35$. Die Probe am Text bestätigt die Richtigkeit der Lösung.

Aufgabe 3 In 7 Jahren ist der Vater doppelt so alt wie sein Sohn. Vor 22 Jahren waren beide zusammen 29 Jahre alt. Wie alt sind Vater und Sohn heute?

Pause: Rasende Roboter.

Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, Kongruenzsätze

Bei Zirkel-und-Lineal-Konstruktionen darf das Lineal nur dazu verwendet werden, um zwei gegeben Punkte durch eine Gerade zu verbinden. Diese Gerade kann mit einer andern Geraden zum Schnitt gebracht werden, oder einen Kreis in zwei Punkten schneiden oder ihn in einem Punkt berühren.

SSS. Aus drei gegebenen Strecken der Länge a , b und c lässt sich bis auf Kongruenz eindeutig ein Dreieck ABC mit den Seitenlängen a , b und c konstruieren, sofern die drei Dreiecksungleichungen erfüllt sind: $a + b > c$, $a + c > b$, $b + c > a$.

WSW. Aus einer Seite und zwei Winkeln (a, β, γ) lässt sich bis auf Kongruenz eindeutig ein Dreieck mit diesen beiden Innenwinkeln konstruieren, sodass die beiden Winkel die gegebene Seite gemeinsam haben, vorausgesetzt $\beta + \gamma < 180^\circ$.

SWS. Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Paar Seiten und dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen.

SsW. Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in zwei Paar Seiten übereinstimmen und in dem Winkel, der der größeren Seite gegenüber liegt. *Hinweis.* Der Kongruenzsatz gilt nicht mehr, wenn man den Winkel wählt, der der kleineren Seite gegenüber liegt. In diesem Fall kann es keine, eine oder zwei Lösungen geben.