# Korrespondenz-Seminar der LSGM 2010/11

# Klasse 7, Treff 4 am 28. Mai 2011

Zuerst wurde „Klaus“ gespiel: 2 Mannschaften erhalten jeweils 10 Ziffernkarten und müssen Kopfrechenaufgaben lösen. Kommen die Ziffern im Ergebnis vor, so müssen die Schüler mit diesen Ziffern vor gehen.
Aufgabe:

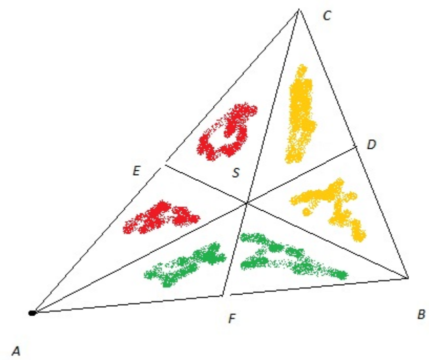
1) $999 : 37 = 27$
2) Ein Rechteck hat den Umfang 20 cm. Was ist die maximale Fläche dieses Rechtecks? $25\,\text{cm}^2$
3) Auf wie viele Nullen endet 51!? Auf 12 Nullen.
4) $(5+10+15+20+\cdots+100)/10 = 105$.
5) Welchen Rest lässt 123456789 bei Division durch 9? 0.
6) Wie oft muss man ein Stück Papier (Dicke = 0,1mm) falten, damit die Dicke von der Erde bis zum Mond reicht (Abstand = 400000 km)? Etwa 42 Mal.
7) $1^3+2^3+3^3+4^3 = 100$.
8) 571428 : 142857 ist ganzzahlig. Wie groß ist der Quotient? 4.
9) Ein Dreieck hat die Seitenlängen 3,4 und 5. Wie groß ist seine Fläche? 6.
10) Jemand hat 10 rechte weiße, 11 linke weiße, 12 rechte schwarze, 13 linke schwarze Handschuhe. Wie oft muss man ziehen damit man mindestens ein passendes Paar erhält? 25. Wie oft muss man ziehen um mit Sicherheit ein weißes Paar zu erhalten? 37.

## Flächeninhalte

Wir wiederholen die Flächenformel fürs Rechteck, fürs Parallelogramm und fürs allgemeine Dreieck.

## Die Seitenhalbierenden

Bekanntlich schneiden sich die drei Seitenhalbierenden in einem Punkt, den Schwerpunkt des Dreiecks. Dabei entstehen 6 kleine Teildreiuecke. Wir zeigen, dass diese sechs Teildreiecke flächengleich sind.



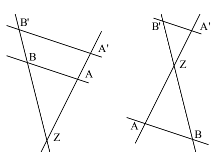

Zunächst erkennt man, dass die beiden grünen, die beiden gelben und die beiden roten Dreiecke paarweise flächengleich sind, da sie dieselbe Grundseite (jeweils die halbe Dreiecksseite) und dieselbe Höhe haben.

Schließlich haben die Dreiecke $AFC$ und $BFC$ aus demselben Grunde gleiche Flächen, nämlich den halben Flächeninhalt des ganzen Dreiecks. Damit sind die zwei roten Dreiecke mit einem grünen flächengleich zu zwei gelben Dreiecken und einem grünen. Damit sind rote und gelbe Dreiecke flächengleich. Analog zeigt man, dass die roten und grünen Dreiecke flächengleich sind.

*Folgerung:* Der Schnittpunkt $S$ teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis $2:1$.

Dies folgt sofort aus dem Fakt, dass Dreieck $ASC$ die doppelte Fläche wie Dreieck $DSC$ hat, bei gleicher Höhe von $C$.

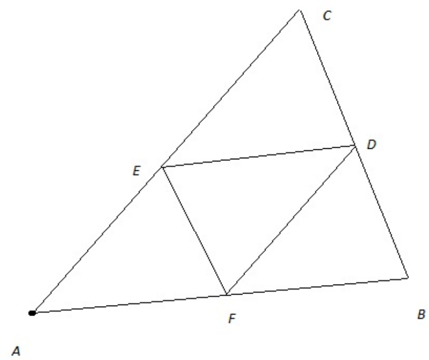
## Die Strahlensätze




Werden zwei durch $Z$ verlaufende Strahlen durch zwei parallele Geraden geschnitten, so verhalten sich die Abschnitte auf dem einen Strahl wie die entsprechenden Abschnitte auf dem anderen Strahl (1. Strahlensatz). Es gilt also

$$\overline{ZA}:\overline{ZA'}=\overline{ZB}:\overline{ZB'}. \qquad (1)$$

Es gilt auch die Umkehrung: Gilt für fünf Punkte $A$, $A'$, $B$, $B'$ und $Z$ die obige Gleichung (1), dann sind die Geraden $AB$ und $A'B'$ zueinander parallel.




In diesem Beispiel sind $D$, $E$ und $F$ die Seitenmitten des Dreiecks $ABC$. Folglich sind die obigen Seitenverhältnisse $\overline{CD} : \overline{DB} = \overline{CE} : \overline{EA} = 1 : 1$. Damit sind $AB$ und $DE$ zueinander parallel. Es folgt weiter, dass die 4 Teildreiecke alle untereinander kongruent sind (etwa mit Stufenwinkelsatz und dem Kongruenzsatz WSW).

Auch die Geometrieaufgabe, Serie 7, Aufgabe 3, lässt sich mit der Umkehrung des Strahlensatzes behandeln: Wegen $\overline{CM} : \overline{MF} = \overline{CN} : \overline{NB} = 1 : 1$ ist $MN \parallel FB$. Außerdem ist Dreieck $FBC$ gleichschenklig mit der Basis $\overline{FB}$. Nach dem Wecheselwinkelsatz ist dann auch Dreieck $MEA$ gleichschenklig und es folgt die Behauptung.