Korrespondenz-Seminar der LSGM 2009/10

Klasse 7, Treff 1 am 7. November 2009

Zuerst wurde „Klaus“ gespiel: 2 Mannschaften erhalten jeweils 10 Ziffernkarten und müssen Kopfrechenaufgaben lösen. Kommen die Ziffern im Ergebnis vor, so müssen die Schüler mit diesen Ziffern vor gehen.

Teilbarkeit

Das Symbol $a \mid b$, also „a teilt b“ wird erläutert. Es hat nur für ganze Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ einen Sinn. Äquivalent dazu sind die Formulierungen

- $b/a \in \mathbb{Z}$,
- b ist ein ganzzahliges Vielfaches von a
- Es gibt eine ganze Zahl q mit $b = qa$.
- $\exists q \in \mathbb{Z} \colon b = qa$.

Die Symbole $\exists$ (es existiert ein) und $\forall$ (für alle) werden eingeführt. Die Zahlenbereichssymbole werden wiederholt: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ und $\mathbb{Q}$ und $\mathbb{Q}_+$. Es gibt auch irrationale Zahlen (nichtperiodische Dezimalbrüche). Auf Pythagoras und Thales wird kurz eingegangen: Es gibt nicht nur rationale, sondern auch irrationale Zahlen, etwa $\sqrt{2}$. Daran ist die griechische Mathematik gescheitert.

Serie1, Aufgabe 3 wird vorgerechnet. *Vor.:* $a \mid b$ und $a \mid c$, $a, b, c \in \mathbb{N}$.
Beh.: $a \mid (b + c)$.
Beweis. Nach der dritten Formulierung der Teilbarkeit (s.o.) gibt es ganze Zahlen p und q mit $b = qa$ und $c = pa$. Addiert man beide Gleichungen, so hat man $b + c = qa + pa = (q + p)a$. Dabei ist $p + q$ erneut eine ganze Zahl. Also gilt $a \mid (b + c)$. ■

Größter gemeinsamer Teiler und Kleinstes gemeinsames Vielfaches

Wir wiederholen die Begriffe $\mathrm{ggT}(a, b)$ und $\mathrm{kgV}(a, b)$. Dabei nutzen wir den Weg über die eindeutige *Primfaktorzerlegung* der Zahlen a und b.

Beispiel: Berechne $\mathrm{ggT}(96, 120)$ und $\mathrm{kgV}(96, 120)$. Lösung: 24 und 480. Man beachte, dass stets gilt $ab = \mathrm{ggT}(a, b)\mathrm{kgV}(a, b)$.

Pause: Rasende Roboter.

Winkel und Umformen von Gleichungen

Wir wiederholen drei Winkelsätze am Dreieck

(1) Innenwinkelsatz.
(2) Außenwinkelsatz.
(3) Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck sind gleich groß.

Diese Sätze benutzen wir zur Lösung der folgenden Aufgaben:

Aufgabe 1 Gegeben sei ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit den Schenkeln $\overline{AC} = \overline{BC}$. Ferner sei D ein Punkt auf der Strecke $\overline{AB}$ und E ein Punkt auf der Strecke $\overline{AC}$, sodass gilt: $\angle ACD$ ist so groß wie der Außenwinkel bei C und $\overline{AD} = \overline{AE}$.

a) Ermittle die Größe des Winkels $\angle AED$, wenn gilt $\angle DCB = 80°$.
b) Ermittle die Größe des Winkels $\angle AED$, wenn gilt $\angle DCB = 40°$.
c) Wie groß muss $\angle DCB$ gewählt werden, damit gilt $\angle DCB = \angle AED$?

Dabei wird der Winkel $\varphi = \angle AED$ ausgedrückt durch den Winkel $\psi = \angle DCB$ allein: $\varphi = 67,5° + \psi/8$.

Kongruenzsätze

Alle 4 Kongruenzsätze werden ausführlich wiederholt. Die Serie 1, Aufgabe 1, wird dann gelöst mit Hilfe von SWS; Rückwärtsarbeiten und Vorwärtsarbeiten wird erläutert.

Aufgabe 2 In einem gleichschenkligen Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB}$ mögen sich die Winkelhalbierende des Innenwinkels bei A und die Winkelhalbierende des Außenwinkels bei C in einem Punkt S schneiden

Beweise, dass dann stets $\overline{AC} = \overline{CS}$ gilt.

Hier werden zusätzlich die Umkehrung des Wechselwinkelsatzes und der Wechselwinkelsatz selbst benutzt.